Aula Teórico-prática 8

Programação Funcional

LEI 1º ano

Na ficha 7 fizemos algumas operações sobre números representados como a sequência dos seus dígitos (binários). Isto porque, na notação posicional, um número corresponde a um polinómio em que os dígitos não são mais do que os coeficientes. Assim o número `110110` corresponde ao polinómio

$$0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^5$$

As operações que implementámos podem por isso ser vistas como casos particulares de operações sobre polinómios (veremos mais à frente que no caso da representação posicional de números, precisamos de garantir que cada coeficiente é de facto um dígito e por isso mesmo está na gama $[0..b[$ em que b é a base).
Neste conjunto de exercícios vamos implementar operações sobre polinómios (de coeficientes inteiros) e veremos como redefinir as operações sobre números usando estas.
Comecemos então pela representação de polinómios. Uma alternativa é representá-los por uma lista de monómios em que cada um destes consiste no coeficiente e no expoente.

```
type Polinomio1 = [Monomio]
type Monomio = (Coeficiente, Expoente)
type Coeficiente = Int
type Expoente = Int
```

Nesta representação o polinómio $2\,x^5 - 5\,x^3$ seria representado por

```
[(2,5),(-5,3)]
```

Para nos aproximarmos das soluções obtidas para as sequências de dígitos, vamos usar uma outra representação de polinómios: sequências dos coeficientes – e por isso mesmo vamos ter de armazenar também os coeficientes nulos. Teremos então

```
type Polinomio = [Coeficiente]
```

A representação do polinómio $2\,x^5 - 5\,x^3$ referido acima será então

```
[0,0,0,-5,0,2]
```

que corresponde ao polinómio $0\,x^0 + 0\,x^1 + 0\,x^2 - 5\,x^3 + 0\,x^4 + 2\,x^5$.

- Defina as operações de adição e multiplicação de polinómios

A principal particularidade das sequências de dígitos para representar números prende-se, tal como já foi dito acima, com as restrições feitas aos coeficientes: estes são números entre 0 e a base (exclusive). O algoritmo de adição definido na ficha 7 garantia que tal acontecia.
Quando estamos a somar os polinómios respeitantes a dois números escritos numa dada base b usando a adição de polinómios podemos não garantir esta propriedade.
Veja-se o caso de estarmos a adicionar 98765 com 468 (números escritos em base 10). Em termos de polinómios significa adicionar os polinómios `[5,6,7,8,9]` e `[8,6,4]`, do que resulta o polinómio `[13,12,11,8,9]`. Para convertermos este último para um polinómio válido (com as restrições referidas) precisamos de o transformar.

- Defina a função `normaliza :: Int -> Polinomio -> Polinomio` que normaliza um dado polinómio para uma dada base.
- Defina agora, e usando as funções acima, funções de adição e multiplicação de números escritos como uma sequência de dígitos (numa dada base).
- Redefina as funções de adição e multiplicação de sequências de bits usando as funções acima.