

Aula Teórico-Prática 1

Programação Funcional

LEI 1º ano

1 Definições de Conjuntos por Compreensão

Relembre a definição de conjuntos por compreensão; o conjunto $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ pode ser descrito como

$$\{x | x \in \mathbb{N} \wedge x < 11 \wedge x \text{ é ímpar}\}$$

Considere ainda que existem as seguintes operações sobre conjuntos:

- $\min(X)$ que representa o menor elemento do conjunto X ;
- $\sum(X)$ que representa a soma dos elementos do conjunto X ;
- $\#(X)$ que representa o número de elementos de X (sendo X um conjunto finito).

Exercícios

Dados conjuntos A e B defina por compreensão os seguintes conjuntos.

1. O subconjunto de A cujos elementos são menores do que todos os elementos de B .
2. O subconjunto de A cujos elementos são maiores do que a média (dos elementos de A)

2 Definições de Listas por Compreensão

Em Haskell (a linguagem de programação que vamos usar nesta disciplina), tal como em muitas outras linguagens de programação funcional, existe uma grande variedade de operações sobre listas.

Uma lista pode ser vista como *um conjunto em que a ordem dos elementos é relevante*.

Os conjuntos $\{1, 2, 3\}$, $\{2, 1, 3\}$ e $\{1, 1, 2, 2, 3, 3, 1, 1, 2, 1, 3, 2, 1\}$ são realmente todos o mesmo: correspondem ao conjunto que contem os elementos 1, 2 e 3.

A notação usada para descrever uma lista por enumeração dos seus elementos consiste em separá-los por vírgulas e englobar tudo com parêntesis rectos. Exemplos de listas de números são: $[1, 2, 3]$, $[2, 1, 3]$ ou $[1, 1, 2, 2, 3, 3, 1, 1, 2, 1, 3, 2, 1]$. Note-se que, ao contrário do que se passava com os conjuntos, estas listas são todas diferentes.

Da mesma forma que estamos habituados a definir conjuntos por compreensão, também as listas se podem definir dessa forma.

- $[x \mid x \leftarrow [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10], \text{ odd } x, x < 7]$ representa a lista
 1. cujos elementos vêm da lista $[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]$
 2. que são ímpares ($\text{odd } x$ é verdadeiro sse x for ímpar)
 3. que são menores do que 7

e por isso mesmo a lista $[1, 3, 5]$.

- `[x^2 | x <- [1..10], odd x]` representa a lista formada pelos quadrados dos números (`a ^ b` representa `a` elevado a `b`) que

1. vêm da lista `[1,2,3,4,5,6,7,8,9,10]` (que pode ser representada pela expressão `[1..10]`)
2. e são ímpares

e por isso a lista `[1,9,25,49,81]`.

- `[x | x <- [0..], even x]` representa a lista

1. cujos elementos vêm dos números naturais (a lista `[0..]`)
2. e são pares (`even x` é verdadeiro sse `x` for par)

e por isso mesmo a lista dos números pares. Note-se que esta mesma lista poderia ser definida de outras formas:

1. `[2*x | x <- [0..]]`
2. `[x-1 | x <- [0..], odd x]`
3. `[0,2,..]`

Algumas operações sobre listas são:

- `length l`: o número de elementos da lista `l`
- `minimum l`: o menor elemento da lista não vazia `l`
- `reverse l`: a lista `l` com os elementos por ordem inversa
- `elem x l` que é verdadeiro sse `x` for um elemento da lista `l`.
- `sum x`: a soma dos elementos da lista `x`.
- `product x`: o produto dos elementos da lista `x`.

Exercícios

1. Para cada uma das expressões seguintes, exprima por enumeração a lista correspondente. Tente ainda, para cada caso, descobrir uma outra forma de obter o mesmo resultado.

- (a) `[x | x <- [1..20], mod x 2 == 0, mod x 3 == 0]`
- (b) `[x | x <- [y | y <- [1..20], mod y 2 == 0], mod x 3 == 0]`
- (c) `[(x,y) | x <- [0..20], y <- [0..20], x+y == 30]`
- (d) `[sum [y | y <- [1..x], odd y] | x <- [1..10]]`

2. Defina cada uma das listas seguintes por compreensão.

- (a) `[1,2,4,8,16,32,64,128,256,512,1024]`
- (b) `[(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)]`
- (c) `[[1],[1,2],[1,2,3],[1,2,3,4],[1,2,3,4,5]]`
- (d) `[[1],[1,1],[1,1,1],[1,1,1,1],[1,1,1,1,1]]`
- (e) `[1,2,6,24,120,720]`