

Métodos de Programação I

2.º Ano da LMCC (7003N5) + LES1 (5303O7)
Ano Lectivo de 2002/2003

Exame (época de recurso) — 21 de Fevereiro 2003
14h00
Salas 2201,2202,2210

NB: Esta prova consta de 8 alíneas que valem, cada uma, 2,5 valores. Responda no enunciado, preenchendo a sua identificação em todas as folhas.

PROVA SEM CONSULTA (2 horas)

Questão 1 Mostre que, para toda a mónade F , se tem

$$(F f) x = do \{ a \leftarrow x ; return(f a) \} \quad (1)$$

Questão 2 Considere o tipo de dados

```
data BTree a = Empty | Node (a, (BTree a, BTree a))
```

1. A função `alt :: BTree a -> Int` define-se como um catamorfismo de `BTree` da seguinte forma

$$\text{alt} = ([\underline{0}, \text{succ} . \text{max} . \pi_2])$$

sendo `max` a versão “uncurried” da função que calcula o máximo de dois inteiros.

Com base nas leis de catamorfismos traduza a função `alt` para a notação com variáveis.

2. Considere a seguinte função que testa se uma árvore binária está equilibrada

```
equi Empty = True
equi (Node (x, (e, d))) = equi e && equi d &&
  abs (alt e - alt d) <= 1
```

- (a) A função `equi` poderá ser definida como um catamorfismo de `BTree`? Justifique a sua resposta.
(b) Defina `equi` como um hilomorfismo.
-

Questão 3 Considere a seguinte função `bubble`:

```
bubble p [] = []
bubble p [x] = [x]
bubble p (a:b:t) | p a b = a : bubble p (b:t)
                 | otherwise = b : bubble p (a:t)
```

1. Escreva `bubble` como um *hilomorfismo*. Defina em Haskell e em C o respectivo tipo de dados intermédio.
2. O tipo de dados intermédio obtido deve ser isomorfo a $(\text{Maybe } a, [(\text{Bool}, a)])$. Diga qual seria a estrutura intermédia correspondente ao cálculo de

```
bubble (<) [2,1,4,3]
```

se `bubble` fosse definido como um hilomorfismo deste tipo.

Questão 4 Recorde o tipo de dados

```
data LTree a = Leaf a | Split (LTree a, LTree a)
```

que consta de uma biblioteca que estudou nesta disciplina.

1. Defina como um catamorfismo deste tipo a função de “multiplicação” $\mu : LTree(LTree a) \rightarrow LTree a$, que permita encarar `LTree` como uma mónade.

NB: acompanhe a sua resposta com um diagrama explicativo.

2. Qual a correspondente unidade (função `return` em Haskell)? Mostre que $\mu \cdot \text{return} = id$.

Questão 5 Considere a definição do operador

$$str\ a\ t \stackrel{\text{def}}{=} do\ \{ b \leftarrow t; return(a, b) \} \quad (2)$$

no contexto de uma mónade arbitrária. Qual o tipo de *str*? E o que faz esta função? Justifique a sua resposta indicando instâncias da sua aplicação a habitantes dos tipos monádicos *[a]* e *Maybe a*.
