

**Métodos Formais de Programação I +
Opção I - Métodos Formais de Programação I**

4.º Ano da LMCC (7007N2) + LES1 (5307P6)
Ano Lectivo de 2001/02

Exame (1.ª chamada) — 16 de Janeiro de 2002
09h30
Salas 2206 e 2207

PROVA SEM CONSULTA (2 horas)

Questão 1 Considere o catamorfismo

$$f = \langle in \cdot (id + swap) \rangle$$

definido sobre a estrutura

$$LTree\ A \cong A + LTree\ A \times LTree\ A$$

conhecida pelo nome de *árvore com folhas*.

1. Que “faz” a função f ? Desenhe-a sob a forma de um diagrama e converta $LTree$ e f para notação VDM-SL.
2. Preencha as reticências “...A...” a “...I...” na seguinte prova de idempotência de f :

$$\begin{aligned}
 & f \cdot f = id \\
 \equiv & \quad \{ \dots A \dots \} \\
 & f \cdot \langle in \cdot (id + swap) \rangle = id \\
 \equiv & \quad \{ \dots B \dots \} \\
 & f \cdot \langle in \cdot (id + swap) \rangle = \langle in \rangle \\
 \leftarrow & \quad \{ \dots C \dots \} \\
 & f \cdot \langle in \cdot (id + swap) \rangle = in \cdot (id + f \times f) \\
 \equiv & \quad \{ \dots D \dots \} \\
 & (\langle in \cdot (id + swap) \rangle \cdot in) \cdot (id + swap) = in \cdot (id + f \times f) \\
 \equiv & \quad \{ \dots E \dots \} \\
 & (in \cdot (id + swap)) \cdot (id + f \times f) \cdot (id + swap) = in \cdot (id + f \times f) \\
 \equiv & \quad \{ \dots F \dots \} \\
 & in \cdot (id + swap \cdot (f \times f) \cdot swap) = in \cdot (id + f \times f) \\
 \equiv & \quad \{ \dots G \dots \} \\
 & in \cdot (id + swap \cdot swap \cdot (f \times f)) = in \cdot (id + f \times f) \\
 \equiv & \quad \{ \dots H \dots \} \\
 & in \cdot (id + f \times f) = in \cdot (id + f \times f) \\
 \equiv & \quad \{ \dots I \dots \} \\
 & \quad \quad \quad \vee
 \end{aligned}$$

3. Caracterize o *método de indução estrutural* associado ao tipo $LTree$, isto é, complete as reticências em:

Pretende-se especificar um motor de pesquisa sobre WWW baseado em inversão de texto, isto é, numa função

`invert : WWW -> map Word to set of Ref`

que calcula, para cada palavra, as URLs que a mencionam, Especifique `invert`.

Anexo—Cálculo de Funções

COMPOSIÇÃO

$$\text{Natural-id} \quad f \cdot id = id \cdot f = f \quad (3)$$

$$\text{Associatividade} \quad (f \cdot g) \cdot h = f \cdot (g \cdot h) \quad (4)$$

PRODUTO

$$\text{Universal-}\times \quad k = \langle f, g \rangle \Leftrightarrow \begin{cases} \pi_1 \cdot k = f \\ \pi_2 \cdot k = g \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{Cancelamento-}\times \quad \pi_1 \cdot \langle f, g \rangle = f \quad , \quad \pi_2 \cdot \langle f, g \rangle = g \quad (6)$$

$$\text{Reflexão-}\times \quad \langle \pi_1, \pi_2 \rangle = id_{A \times B} \quad (7)$$

$$\text{Fusão-}\times \quad \langle g, h \rangle \cdot f = \langle g \cdot f, h \cdot f \rangle \quad (8)$$

$$\text{Absorção-}\times \quad (i \times j) \cdot \langle g, h \rangle = \langle i \cdot g, j \cdot h \rangle \quad (9)$$

$$\text{Functor-}\times \quad (g \cdot h) \times (i \cdot j) = (g \times i) \cdot (h \times j) \quad (10)$$

$$\text{Functor-id-}\times \quad id_A \times id_B = id_{A \times B} \quad (11)$$

COPRODUTO

$$\text{Universal-+} \quad k = [f, g] \Leftrightarrow \begin{cases} k \cdot i_1 = f \\ k \cdot i_2 = g \end{cases} \quad (12)$$

$$\text{Cancelamento-+} \quad [g, h] \cdot i_1 = g \quad , \quad [g, h] \cdot i_2 = h \quad (13)$$

$$\text{Reflexão-+} \quad [i_1, i_2] = id_{A+B} \quad (14)$$

$$\text{Fusão-+} \quad f \cdot [g, h] = [f \cdot g, f \cdot h] \quad (15)$$

$$\text{Absorção-+} \quad [g, h] \cdot (i + j) = [g \cdot i, h \cdot j] \quad (16)$$

$$\text{Functor-+} \quad (g \cdot h) + (i \cdot j) = (g + i) \cdot (h + j) \quad (17)$$

$$\text{Functor-id-+} \quad id_A + id_B = id_{A+B} \quad (18)$$

EXPONENCIAÇÃO

$$\text{Universal} \quad k = \overline{f} \Leftrightarrow f = ap \cdot (k \times id) \quad (19)$$

$$\text{Cancelamento} \quad f = ap \cdot (\overline{f} \times id) \quad (20)$$

$$\text{Reflexão} \quad \overline{ap} = id_{B^A} \quad (21)$$

$$\text{Fusão} \quad \overline{g \cdot (f \times id)} = \overline{g} \cdot f \quad (22)$$

$$\text{Absorção} \quad f^A \cdot \overline{g} = \overline{f \cdot g} \quad (23)$$

$$\text{Functor} \quad (g \cdot h)^A = g^A \cdot h^A \quad (24)$$

$$\text{Functor-id} \quad id^A = id \quad (25)$$

INDUÇÃO

$$\text{Universal-cata} \quad k = \langle \alpha \rangle \Leftrightarrow k \cdot in = \alpha \cdot F k \quad (26)$$

$$\text{Cancelamento-cata} \quad \langle \alpha \rangle \cdot in = \alpha \cdot F \langle \alpha \rangle \quad (27)$$

$$\text{Reflexão-cata} \quad \langle in \rangle = id_{\mu F} \quad (28)$$

$$\text{Fusão-cata} \quad f \cdot \langle \alpha \rangle = \langle \beta \rangle \quad \text{if} \quad f \cdot \alpha = \beta \cdot F f \quad (29)$$