Folha de exercícios 1

1. Escreva as seguintes frases de linguagem corrente em frases de lógica de primeira ordem: (usando os predicados mae, pai, filho, mulher, progenitor, homem e esposa).

   i. "se X é pai ou X é mãe então X é progenitor de alguém".

   ii. "se X é progenitor de alguém e X é mulher então X é mãe".

   iii. "se X é pai ou mãe então alguém é progenitor de alguém".

   iv. "Alguém é progenitor de alguém se for pai e se o outro alguém for homem"

   v. "Alguém é irmão de alguém se for homem e tiver o mesmo progenitor."

   vi. "Alguém é esposa de alguém se ambos forem progenitores do mesmo filho".

2. Usando apenas os predicados $\mathsf{gosta}(\mathsf{X}, \mathsf{Y})$ para designar que "X gosta de Y" e $\mathsf{X} = \mathsf{Y}$ para dizer que "X é idêntico a Y", componha frases de lógica de primeiro ordem do seguinte:

   i. "toda a gente gosta de ninguém"

   ii. "ninguém gosta de qualquer um"

   iii. "toda a gente gosta dele próprio"

   iv. "toda a gente gosta de todas as pessoas excepto dele próprio"

   v. "existe exactamente uma pessoa de que toda a gente gosta"

   vi. "ninguém gosta de ninguém excepto o António que gosta dele próprio"

   vii. "toda a gente não gosta ou dele próprio ou de alguém"

3. Converter as seguintes frases em lógica de primeira ordem para a forma clausal.

i. $A \leftarrow (A \leftarrow B) \equiv A \ \vee \ B$

ii. $(A \ \vee D) \leftarrow (C \ \& \ D) \equiv \top$

iii. $(A \ \vee D) \leftarrow (C \ \vee \ D) \equiv A \leftarrow (C \ \& \ \neg D)$

iv. $(A \leftarrow B) \rightarrow C \equiv (C \leftarrow A) \ \& \ (B \ \vee C)$

v. $(A \leftarrow B) \leftarrow C \equiv A \leftarrow (B \ \& \ C)$

vi. $(\forall X)(A \leftarrow B(X)) \equiv A \leftarrow (\exists X)(B(X))$

vii. $A \leftrightarrow (B \ \& \ (C \leftrightarrow D)) \equiv (A \leftarrow B \ \& \ C \ \& \ D) \ \& \ (A \leftarrow B \ \& \ \neg C \ \& \ \neg D) \ \& \ (B \leftarrow A) \ \& \ (C \leftarrow D \ \& \ A) \ \& \ (D \leftarrow C \ \& \ A)$

viii. $(\forall X) \ (r(X) \leftarrow (\exists Y) \ h(Y)) \leftarrow h(X)$

ix. $path(X, Y) \leftrightarrow (go(Y) \leftarrow go(X))$

x. $empty(X) \leftrightarrow \neg(\exists U) \ U \in X$

4. Escreva na forma clausal um conjunto de frases para as seguintes definições.

   i. “Se alguém é pai de alguém então o primeiro é antecessor do segundo. Alguém é antecessor de alguém se o primeiro for pai de um terceiro e esse terceiro for antecessor do segundo. João é pai do Zé. Zé é pai da Maria.”

   ii. Definir o máximo entre dois números.

   iii. Definir as relações binárias avo, tio e primo usando a relação pai.