

Semântica Natural *versus* Semântica Operacional Estrutural

67

Equivalência entre semânticas

Lema: Para qualquer programa S e estados s e s' ,

se $\langle S, s \rangle \rightarrow s'$ então $\langle S, s \rangle \Rightarrow^* s'$.

Prova: Por indução na estrutura da derivação $\langle S, s \rangle \rightarrow s'$.

Lema: Para qualquer programa S , estados s e s' , e número natural k ,

se $\langle S, s \rangle \Rightarrow^k s'$ então $\langle S, s \rangle \rightarrow s'$

Prova: Por indução no comprimento da sequência $\langle S, s \rangle \Rightarrow^k s'$.

68

Equivalência entre semânticas

Teorema: Para qualquer programa S da linguagem **While**,

$$\mathcal{S}_{\text{ns}}[S] = \mathcal{S}_{\text{sos}}[S].$$

Prova: Consequência directa dos lemas anteriores.

69

Extensões à linguagem **While**

- Para ilustrar o poder e as fraquezas das duas abordagens à semântica operacional vamos considerar as seguintes pequenas extensões à linguagem **While**:
 - um comando **abort**
 - execução não determinista de dois comandos
 - execução paralela de dois comandos

70

While + abort

$$S ::= x := a \mid \text{skip} \mid S_1 ; S_2 \mid \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2 \\ \mid \text{while } b \text{ do } S \mid \text{abort}$$

O comando `abort` pára a execução do programa.

Note que `abort`

- é diferente de `while true do skip`
- é diferente de `skip`

71

While + abort

- A semântica natural é definida pelo mesmo conjunto de regras que define a semântica natural da linguagem **While**.
- A semântica operacional estrutural é definida pelo mesmo conjunto de regras que define a semântica operacional estrutural da linguagem **While**.
- As configurações $\langle \text{abort}, s \rangle$ são bloqueadas.

72

While + abort

Semântica operacional estrutural

- `abort` e `skip` não são semanticamente equivalentes
- `abort` e `while true do skip` não são semanticamente equivalentes

Semântica natural

- `abort` e `skip` não são semanticamente equivalentes
- `abort` e `while true do skip` são semanticamente equivalentes

Porquê?

73

While + abort

- Numa **semântica natural** não conseguimos distinguir entre o programa *entrar em ciclo* ou *terminar abruptamente*.
- Numa **semântica operacional estrutural**
 - o programa *entrar em ciclo* corresponde a uma sequência de derivação infinita, enquanto
 - uma *terminação abrupta* corresponde a uma sequência de derivação finita com uma configuração bloqueada no fim.
- Se considerarmos um *estado de erro* e modelarmos a terminação abrupta por uma transição para esse estado de erro (incluído nas configurações terminais), então conseguimos distinguir entre os três comandos em ambas as semânticas.

74

While + or

$$S ::= x := a \mid \text{skip} \mid S_1 ; S_2 \mid \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2 \\ \mid \text{while } b \text{ do } S \mid S_1 \text{ or } S_2$$

Em S_1 or S_2 podemos escolher entre executar S_1 ou S_2 *não deterministicamente*.

No estado após executar

$$x := 1 \text{ or } (x := 2; x := x + 2)$$

o valor de x tanto pode ser 1 como 4.

75

While + or

Semântica natural: acrescentar as seguintes regras

$$[\text{or}_{\text{ns}}^1] \quad \frac{\langle S_1, s \rangle \rightarrow s'}{\langle S_1 \text{ or } S_2, s \rangle \rightarrow s'}$$

$$[\text{or}_{\text{ns}}^2] \quad \frac{\langle S_2, s \rangle \rightarrow s'}{\langle S_1 \text{ or } S_2, s \rangle \rightarrow s'}$$

Exercício: Indique as árvores de derivação correspondentes às configurações

$$\langle x := 1 \text{ or } (x := 2; x := x+2), s \rangle$$

e

$$\langle (\text{while true do skip}) \text{ or } (x := 2; x := x+2), s \rangle$$

76

While + or

Semântica operacional estrutural: acrescentar as seguintes regras

$$[\text{or}_{\text{sos}}^1] \quad \langle S_1 \text{ or } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_1, s \rangle$$

$$[\text{or}_{\text{sos}}^2] \quad \langle S_1 \text{ or } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_2, s \rangle$$

Exercício: Indique as sequências de derivação correspondentes às configurações

e $\langle x := 1 \text{ or } (x := 2; x := x+2), s \rangle$

$$\langle (\text{while true do skip}) \text{ or } (x := 2; x := x+2), s \rangle$$

77

While + or

- Numa **semântica natural** o não determinismo suprime a divergência.
- Numa **semântica operacional estrutural** a divergência não é suprimida pelo não determinismo.

78

While + par

$$S ::= x := a \mid \text{skip} \mid S_1 ; S_2 \mid \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2 \\ \mid \text{while } b \text{ do } S \mid S_1 \text{ par } S_2$$

Ambos os comando de S_1 par S_2 executam *paralelamente de forma intercalada* (interleaving).

A execução de $x := 1$ par $(x := 2; x := x+2)$ pode dar três resultados diferentes para x : 4, 1 e 3.

79

While + par

Semântica operacional estrutural: acrescentar as seguinte regras

$$[\text{par}_{\text{sos}}^1] \frac{\langle S_1, s \rangle \Rightarrow \langle S'_1, s' \rangle}{\langle S_1 \text{ par } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S'_1 \text{ par } S_2, s' \rangle} \quad [\text{par}_{\text{sos}}^3] \frac{\langle S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S'_2, s' \rangle}{\langle S_1 \text{ par } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_1 \text{ par } S'_2, s' \rangle}$$

$$[\text{par}_{\text{sos}}^2] \frac{\langle S_1, s \rangle \Rightarrow s'}{\langle S_1 \text{ par } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_2, s' \rangle} \quad [\text{par}_{\text{sos}}^4] \frac{\langle S_2, s \rangle \Rightarrow s'}{\langle S_1 \text{ par } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_1, s' \rangle}$$

Exercício: Indique as sequências de derivação correspondentes à configuração

$$\langle x := 1 \text{ par } (x := 2; x := x+2), s \rangle$$

80

While + par

Semântica natural: a tentativa de acrescentar as seguinte regras

$$\frac{\langle S_1, s \rangle \rightarrow s', \langle S_2, s' \rangle \rightarrow s''}{\langle S_1 \text{ par } S_2, s \rangle \rightarrow s''}$$

$$\frac{\langle S_2, s \rangle \rightarrow s', \langle S_1, s' \rangle \rightarrow s''}{\langle S_1 \text{ par } S_2, s \rangle \rightarrow s''}$$

não funciona!

Não conseguimos modelar o intercalar da execução de S_1 e S_2 .

Os passos de execução são demasiado grandes (*big-step!*)

81

While + par

- Numa **semântica natural** a execução dos constituintes imediatos dos comandos é uma *entidade atômica*, o que não permite modelar o entrelaçamento das computações.
- Numa **semântica operacional estrutural** o foco é nos passos individuais de execução, que permite facilmente modelar o entrelaçamento das computações.

82