Sistemas de Transição

Manuel Alcino Cunha

Departamento de Informática
Universidade do Minho

2005/06

Sistemas de Transição

- São um modelo clássico da computação.
- São a base da semântica operacional da maior parte dos modelos da concorrência: CCS, CSP, redes de Petri...

Definição

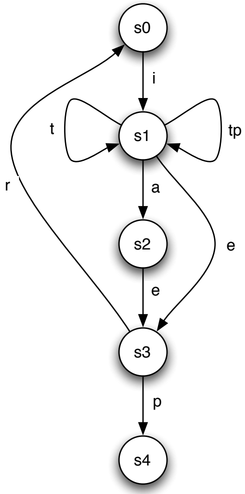
Um *sistema de transição* é um tuplo

$$(S, i, L, T)$$

onde

- S é um conjunto de estados;
- i é o estado inicial;
- L é um conjunto de etiquetas; e
- $T \subseteq S \times L \times S$ é a relação de transição.

Exemplo



$$(S, s_0, L, T)$$

$$S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}$$

$$L = \{i, t, tp, a, e, r, p\}$$

$$T = \{(s_0, i, s_1,), (s_1, t, s_1), (s_1, tp, s_1), (s_1, a, s_2), (s_1, e, s_3), (s_2, e, s_3), (s_3, p, s_4), (s_3, r, s_1)\}$$

Acessibilidade

- Seja (S, i, L, T) um sistema de transição. Escreve-se $s \xrightarrow{a} u$ para indicar que $(s, a, u) \in T$.
- Ocasionalmente pode-se escrever $s \overset{a}{\nrightarrow} u$ para indicar que $(s, a, u) \notin T$, ou $s \overset{a}{\nrightarrow}$ como abreviatura de $\forall u \in S \cdot s \overset{a}{\nrightarrow} u$.
- É conveniente considerar o fecho transitivo e reflexivo da relação de transição: a relação de acessibilidade.

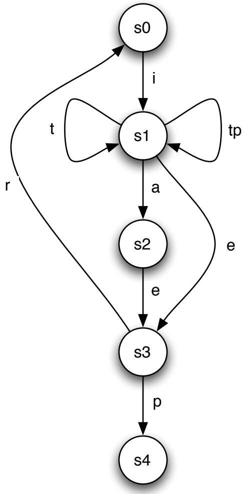
$$\frac{}{s \xrightarrow{\star} s} \qquad \frac{s \xrightarrow{a} u \wedge u \xrightarrow{\star} v}{s \xrightarrow{\star} v}$$

- Quando se verifica $s \xrightarrow{\star} u$ diz-se que u é acessível a partir de s. A sequência de etiquetas pode ser vazia.

Propriedades

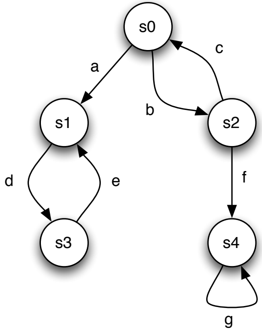
- Um estado s é um *deadlock* se $\forall a \in L \cdot s \stackrel{a}{\nrightarrow}$.
- Um estado s é um *livelock* se $\forall a \in L, u \in S \cdot s \stackrel{a}{\rightarrow} u \Rightarrow s = u$.
- Um estado s diz-se *recorrente* se $\forall u \in S \cdot s \stackrel{\star}{\rightarrow} u \Rightarrow u \stackrel{\star}{\rightarrow} s$.
  Por definição todos os *deadlocks* e *livelocks* são recorrentes.
- Um estado é *transiente* se não for recorrente.

Exemplo



- s_4 é um *deadlock*;
- Não existem *livelocks*;
- s_4 é o único estado recorrente;
- $s_0, \ldots, s_3$ são estados transientes.

Exemplo



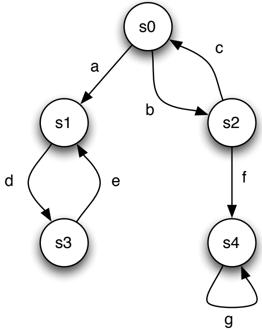
$$(S, s_0, L, T)$$

$$S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}$$

$$L = \{a, b, c, d, e, f, g\}$$

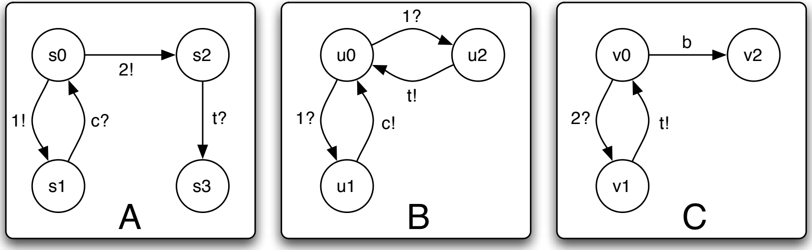
$$\begin{aligned} T = \{&(s_0, a, s_1,), (s_0, b, s_2), (s_2, c, s_0), \\ &(s_1, d, s_3), (s_3, e, s_1), \\ &(s_2, f, s_4), (s_4, g, s_4)\} \end{aligned}$$

Exemplo



- Não existem *deadlocks*.
- s_4 é um *livelock*.
- s_1, s_3, s_4 são estados recorrentes.
- s_0, s_2 são estados transientes.

Exemplo



Qual o sistema de transição que modela o comportamento global?

Restrição

- A composição paralela de dois sistemas de transição pode ser obtida através da aplicação sucessiva de construções mais simples, como restrição, renomeação, ou produto.
- A restrição permite eliminar, esconder certas transições.
- Seja $A = (S, i, L, T)$ um sistema de transição e $L' \subseteq L$ um subconjunto das suas etiquetas. A restrição $A \upharpoonright L'$ é o sistema de transição (S, i, L', T') onde

$$T' = \{(s, a, u) \in T \mid a \in L'\}$$

Renomeação e Transições Nulas

- A renomeação permite mudar o nome de certas etiquetas.
- Seja $A = (S, i, L, T)$ um sistema de transição e $\lambda : L \rightarrow L'$ uma função total. A renomeação $A\{\lambda\}$ é o sistema de transição (S, i, L', T') onde

$$T' = \{(s, \lambda(a), u) \mid (s, a, u) \in T\}$$

- Para definir o produto é necessária a noção de transição nula, designada por ϵ.
- Também é conveniente definir a extensão da relação de transição com transições nulas em todos os estados. Se $T \in S \times L \times S$ é uma relação de transição então

$$T_\epsilon = T \cup \{(s, \epsilon, s) \mid s \in S\}$$

Produto

- O produto de sistemas de transição é uma forma especial de composição paralela, onde todas as sincronizações são possíveis.
- Sejam $A = (S_0, i_0, L_0, T_0)$ e $B = (S_1, i_1, L_1, T_1)$ sistemas de transição. O seu produto $A \times B$ é o sistema de transição $(S_0 \times S_1, (i_0, i_1), L_0 \times_\epsilon L_1, T')$ onde

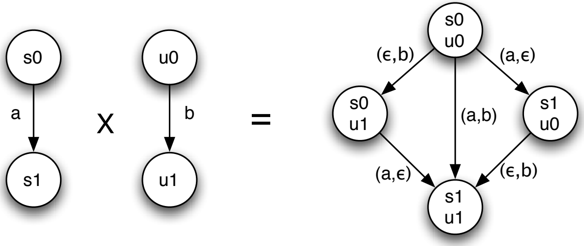
$$L_0 \times_\epsilon L_1 = \{(a, \epsilon) \mid a \in L_0\} \cup \{(\epsilon, b) \mid b \in L_1\} \cup \{(a, b) \mid a \in L_0, b \in L_1\}$$

$$T' = \{((s_0, s_1), (a, b), (u_0, u_1)) \mid (s_0, a, u_0) \in T_{0\epsilon}, (s_1, b, u_1) \in T_{1\epsilon}\}$$

Exemplo

$$A = (\{s_0, s_1\}, s_0, \{a\}, \{(s_0, a, s_1)\})$$
$$B = (\{u_0, u_1\}, u_0, \{b\}, \{(u_0, b, u_1)\})$$

$$\begin{aligned} A \times B \quad = \quad & (\{(s_0, u_0), (s_0, u_1), (s_1, u_0), (s_1, u_1)\}, (s_0, u_0), \\ & \{(a, \epsilon), (\epsilon, b), (a, b)\}, \\ & \{((s_0, u_0), (\epsilon, b), (s_0, u_1)), ((s_0, u_0), (a, \epsilon), (s_1, u_0)), \ldots\}) \end{aligned}$$



Algebra de Sincronização

- Para definir a composição paralela é conveniente definir uma *algebra de sincronização*: um operador binário, comutativo e associativo, que simultaneamente indica quais as transições que são eliminadas e como são renomeadas.
- O operador $\bullet$ definido sobre $L \cup \{\epsilon, 0\}$ deve satisfazer

$$a \bullet 0 = 0 \wedge (a \bullet b = \epsilon \Leftrightarrow a = b = \epsilon)$$

- O resultado de $\bullet$ determina a renomeação.
- Se for 0 a sincronização não é permitida.

Composição Paralela

- Sejam $A = (S_0, i_0, L, T_0)$ e $B = (S_1, i_1, L, T_1)$ dois sistemas de transição que partilham etiquetas e $\bullet$ uma algebra de sincronização definida sobre $L \cup \{0, \epsilon\}$. A composição paralela define-se como $A \| B = ((A \times B) \upharpoonright M)\{\lambda\}$ onde

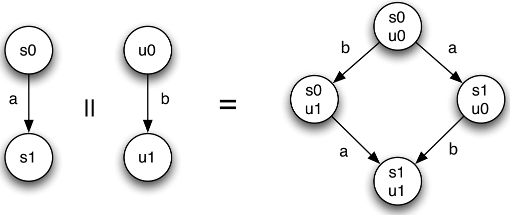
$$M = \{(a, b) \in L \times_\epsilon L \mid a \bullet b \neq 0\}$$

$$\lambda(a, b) = a \bullet b$$

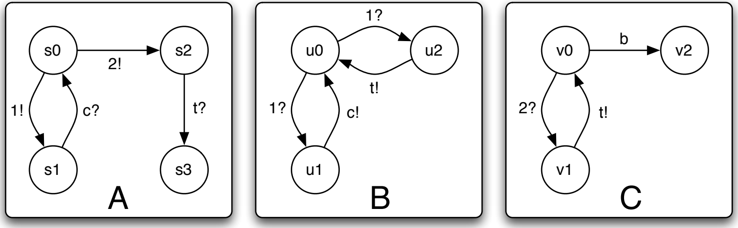
Exemplo

$$A = (\{s_0, s_1\}, s_0, \{a, b\}, \{(s_0, a, s_1)\})$$
$$B = (\{u_0, u_1\}, u_0, \{a, b\}, \{(u_0, b, u_1)\})$$

$\bullet$	ϵ	a	b
ϵ	ϵ	a	b
a	a	0	0
b	b	0	0



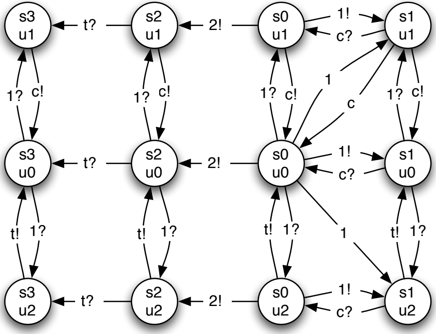
Exemplo



$\bullet$	ϵ	$c!$	$c?$	$t!$	$t?$	$1!$	$1?$	$2!$	$2?$	b
ϵ	ϵ	$c!$	$c?$	$t!$	$t?$	$1!$	$1?$	$2!$	$2?$	b
$c!$	$c!$	0	c	0	0	0	0	0	0	0
$c?$	$c?$	c	0	0	0	0	0	0	0	0
$t!$	$t!$	0	0	0	t	0	0	0	0	0
$\vdots$										

Exemplo

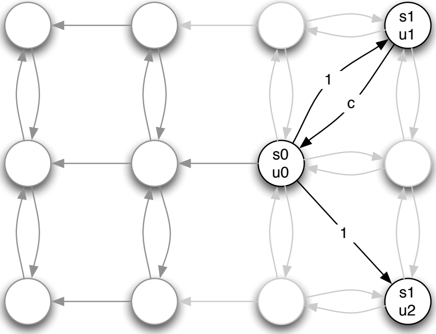
$$A \| B$$



s3 u1
s2 u1
s0 u1
s1 u1
s3 u0
s2 u0
s0 u0
s1 u0
s3 u2
s2 u2
s0 u2
s1 u2
t?
2!
1!
c?
1? c!
1
c
t! 1?

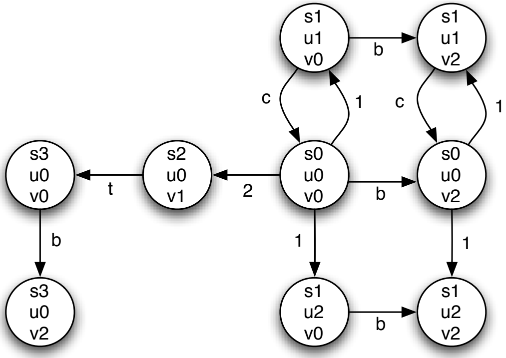
Exemplo

$$(A \| B) \restriction \{c, t, 1, 2, b\}$$



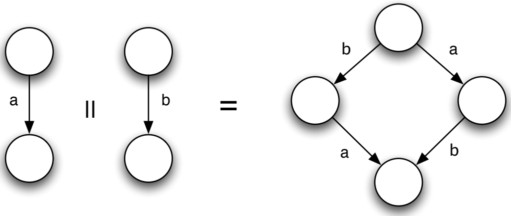
Exemplo

$$(A \| B \| C) \restriction \{c, t, 1, 2, b\}$$



Problema

- Este sistema de transição não captura a verdadeira concorrência existente no sistema global: uma avaria pode ocorrer em simultâneo com receber um café.
- Os sistemas de transição não conseguem distinguir entre $ab + ba$ and $a \| b$.



Classificação de Modelos da Concorrência

- Modelo *entrelaçado*:
  - Abstrai-se do facto de um sistema ser composto por agentes de computação independentes.
  - Modela o comportamento global em termos de acções puramente sequenciais.
  - A concorrência é modelada pelo não determinismo.
  - Muitas vezes, este tipo de abstração é conveniente e suficiente.
  - Exemplo: sistemas de transição.
- Modelo *não entrelaçado*:
  - O facto de o que o sistema ser composto por agentes independentes é retido.
  - Para a verificação de certas propriedades esta informação é essencial.
  - O facto de duas sequências de acções modelarem o mesmo comportamento permite reduzir o espaço de estados.
  - Exemplo: redes de Petri.

Extensões aos Sistemas de Transição

- É possível adaptar os sistemas de transição por forma a obter um modelo não entrelaçado da concorrência?
- Os *sistemas de transição assíncronos* acrescentam uma relação de independência $I \subseteq L^2$ nos eventos.
- É definido um conjunto de propriedades que garante a existência de um diamante no sistema de transição caso um par de eventos seja independente.
- Os *sistemas de transição com independência* acrescentam uma relação de independência $I \subseteq T^2$ directamente nas transições.
- É definido um conjunto de propriedades que garante a propagação da independência entre certas transições.

Extensões aos Sistemas de Transição

- Nos *Step Transition Systems* as etiquetas nas transições são multi-conjuntos de acções: $T \in S \times \mathcal{M}(L) \times S$.
- É possível transitar directamente de um estado para outro executando concurrentemente várias acções, ou mesmo várias instâncias da mesma acção.