Universidade do Minho

2006/2007	1.º Semestre ☐ 2.º Semestre ☒ Anual ☐
DISCIPLINAS Métodos Formais de Programação II (7008N2) + Opção II — Métodos Formais de Programação II (5308P3) CURSOS LMCC + LESI	DOCENTE J.N. Oliveira – 406006

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2007.03.01 5.ª-feira, 14h00–16h00 Sala DI-A2 (LESI+LMCC)	Não houve aula (ausência do docente em reunião de serviço na Universidade de Aveiro). O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2007.03.05 2.ª-feira, 16h00–18h00 DI-A.2 (LMCC+LESI)	Apresentação da disciplina. Equipa docente. Programa da disciplina e seu enquadramento no plano de estudos. Regime de avaliação. Trabalho opcional. Bibliografia. Informação electrónica sobre a disciplina: `www.di.uminho.pt/~jno/html/mii.html`. Breve introdução ao VDM++, que deverá ser usado na parte prática da disciplina. Noção de *objectificação* de uma especificação puramente funcional. Exemplo: os modelos `stackAlg.vpp` e `stackObj.vpp`. O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2007.03.08 5.ª-feira, 14h00–16h00 Sala DI-A2 (LESI+LMCC)	*Introdução:* De volta ao ciclo de vida de Balzer e ao binómio *especificação / implementação*. Relações como especificações e funções como implementações. Necessidade de *realizar* (reificar) especificações. Uso alternativo do termo *refinar* em lugar de reificar. Princípio da reificação de um par **pre**/**post** por uma função f [a]: $$\langle \forall\ a\ ::\ pre\ a \Rightarrow post(f\ a, a) \rangle \quad (1)$$ isto é, $$f \cdot Pre \subseteq Post \quad (2)$$ após transformação-PF, para $Pre = \lceil pre \rceil$ e $Post = \lceil post \rceil$. Generalização do princípio anterior à satisfação de uma qualquer relação binária S por uma função f do mesmo tipo: $$S \vdash f \quad \stackrel{\rm def}{=} \quad f \cdot \delta\, S \subseteq S \quad (3)$$ *(v.s.f.f.)* [a] Trata-se da obrigação de prova 3.1 do livro *Systematic Software Development Using VDM* [**?**], página 51.

<table>
<tr><td>(cont.)</td><td>Cálculo de (2) a partir de (3), para $S = Post \cdot Pre$.
Interpretação destes conceitos no contexto do VDM++. A omnipresença das variáveis de instância. Noção de estado interno de um modelo VDM++. Semântica relacional de uma operação (pre/post) em VDM++.

O DOCENTE ____________________</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Prática
2007.03.12
2.ª-feira, 16h00–18h00
DI-A.2 (LMCC+LESI)</td><td>

Resolução dos exercícios seguintes:

Exercício 1. Uma especificação S diz-se “total” sempre que S é inteira. Mostre que, para essas especificações, se tem

$$S \vdash f \quad \equiv \quad f \subseteq S \tag{4}$$

□

Exercício 2. Uma especificação S diz-se “funcional” sempre que S é simples. Mostre que, para essas especificações, se tem

$$S \vdash f \quad \equiv \quad f \cdot S^\circ \subseteq id \tag{5}$$

□

Exercício 3. Provar que a especificação que se segue, escrita em VDM-SL, $S \vdash id$

```
S(n: real) r: real
pre n > 1
post    r*r + 2*n*n = 3*n*r;
```

é satisfeita pela função identidade. Será id a única implementação funcional de S? Justificar informalmente. □

Exercício 4. Mostrar, recorrendo à transformada-PF, que a função

$$abs\ i \quad \stackrel{\rm def}{=} \quad if\ i < 0\ then\ -i\ else\ i \tag{6}$$

satisfaz a especificação

$$\begin{array}{l} S(i : \mathbb{Z})\ r : \mathbb{Z} \\ \textbf{post}\ \ r = i \vee r = -i \end{array}$$

Sugestão: mostrar que a transformada-PF de S é $id \cup sym$, onde $sym\ i \stackrel{\rm def}{=} -i$, e recorrer ao condicional de McCarthy

$$R \rightarrow S\ ,\ T \quad \stackrel{\rm def}{=} \quad (S \cdot \delta\, R) \cup (T \cdot \neg \delta\, R) \tag{7}$$

para transformar abs. □

(v.s.f.f.)

</td></tr>
</table>

(cont.)

Exercício 5. Demonstrar, a partir (3), as seguintes propriedades da relação $\vdash$:

$$
\begin{aligned}
\perp \vdash f \quad &, \quad \top \vdash f && (8)\\
(\mathsf{ker}\, g) \vdash f \quad &\equiv \quad g \cdot f = g && (9)\\
g \vdash f \quad &\equiv \quad f = g && (10)\\
(S \cup R) \vdash f \quad &\Leftarrow \quad S \vdash f \;\wedge\; R \vdash f && (11)\\
(S \cap R) \vdash f \quad &\Leftarrow \quad S \vdash f \;\wedge\; R \vdash f && (12)\\
S \vdash f \cup R \quad &\Leftarrow \quad S \vdash f \;\wedge\; \delta R \subseteq \delta S && (13)
\end{aligned}
$$

□

O DOCENTE ______________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2007.03.15 5.ª-feira, 14h00–16h00 Sala DI-A2 (LESI+LMCC)	(see below)

Dois caminhos para generalizar (3) ainda mais: (a) reificação entre especificações por aumento simultâneo de *definição* e de *determinismo*,

$$S \vdash R \quad \equiv \quad (\delta S \subseteq \delta R) \wedge (R \cdot \delta S \subseteq S) \tag{14}$$

sendo fácil ver que, para $R := f$, (14) se reduz a (3); (b) reificação envolvendo *mudança de tipos de dados*, cf.

$$S \vdash f \cdot R \cdot r \tag{15}$$

para o diagrama

$$
\begin{tikzcd}
B & A \arrow[l, "S"'] \arrow[d, "r"] \\
B_1 \arrow[u, "f"] & A_1 \arrow[l, "R"]
\end{tikzcd}
$$

Interpretação das funções f e r. Noção de *abstracção* e de *representação* de dados.
Refinamento de dados versus *conversão de formatos*. Aspectos práticos: *migração* e *canalização* de dados sem perda de informação.
Caso mais simples: formatos isomorfos. Relaxe da relação de isomorfismo $A \cong A_1$ à relação $A \leq A_1$ captando o facto de A ter menos informação que A_1.
Exemplo: representação de conjuntos de naturais por sequências ordenadas sem elementos repetidos. Assim: isomorfismo f tal que $f \cdot f^\circ = id$ e $f^\circ \cdot f = id$ generalizado a f e r tal que $f \cdot r = id$, deixando de ser exigido $r \cdot f = id$.
Demonstração do facto

$$f \cdot r \;=\; id \quad \Rightarrow \quad f \text{ é sobrejectiva e } r \text{ é injectiva} \tag{16}$$

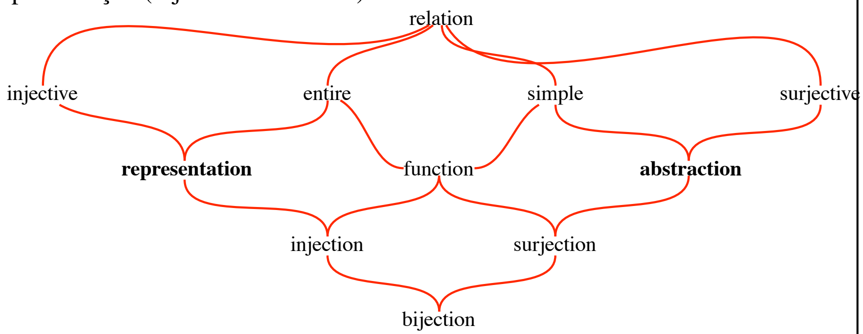
a partir de $r \subseteq f^\circ$ e do seu converso:

(v.s.f.f.)

(cont.)

$$
\begin{array}{ll}
 & f \cdot r \;=\; id \\
\equiv & \quad \{ \text{ igualdade de funções ; shunting ; conversos } \} \\
 & r \subseteq f^{\circ} \;\wedge\; r^{\circ} \subseteq f \\
\Rightarrow & \quad \{ \text{ monotonia da composição } \} \\
 & f \cdot r \subseteq f \cdot f^{\circ} \;\wedge\; r^{\circ} \cdot r \subseteq f \cdot r \\
\equiv & \quad \{ \text{ igualdade de que se partiu } \} \\
 & id \subseteq f \cdot f^{\circ} \;\wedge\; r^{\circ} \cdot r \subseteq id \\
\equiv & \quad \{ \text{ definições } \} \\
 & f \text{ é sobrejectiva } \wedge\; r \text{ é injectiva}
\end{array}
$$

Generalização a relações de abstracção (simples + sobrejectivas) e de representação (injectivas e inteiras) — de volta à taxonomia



O requisito de invertibilidade

$$F \cdot R = id \tag{17}$$

e sua interpretação por "ping-pong": da direita para a esquerda ($id \subseteq F \cdot R$) significa que todo o valor abstracto é representável; da esquerda para a direita ($F \cdot R \subseteq id$) significa que é sempre possível recuperar de um valor concreto o valor abstracto que ele representa.

O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2007.03.19 2.ª-feira, 16h00–18h00 DI-A.2 (LMCC+LESI)	Início do primeiro caso de estudo de reificação em VDM: a implementação da álgebra de conjuntos finitos sobre tabelas de *hashing*. Conjectura da implementação da operação de *procura* de um elemento e das funções de abstracção e de representação envolvidas. *(v.s.f.f.)*

(cont.)

Resolução dos exercícios seguintes:

Exercício 6. Mostre que a equivalência (5) se reduz a uma implicação

$$S \vdash f \quad \Leftarrow \quad f \cdot S^\circ \subseteq id \tag{18}$$

no caso de S ser qualquer.
Sugestão: recorra a (162).
□

Exercício 7. Provar que a especificação:

$$\begin{array}{l} Abs(i : \mathbb{Z})\ r : \mathbb{Z} \\ \textbf{post}\ \ 0 \leq r \ \wedge\ (r = i \vee r = -i) \end{array}$$

é satisfeita por abs (6) [a].
Sugestão: prosseguir com a transformada-PF do Ex. 4 e recorrerr a (18).
□

Exercício 8. Mostrar que, ao fim e ao cabo, $abs = Abs$.
□

O DOCENTE ____________________

[a] Este é o Ex.3.2.4 de [**?**], pág. 59.

AULA	SUMÁRIO

Teórica
2007.03.22
5.ª-feira, 14h00–16h00
Sala DI-A2 (LESI+LMCC)

Introdução ao estudo de um *cálculo de reificação de dados*. Manutenção do requisito de invertibilidade (17) por *inequações de representação*

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, bend left, "R"] \arrow[r, phantom, "\leq"] & B \arrow[l, bend left, "F"] \end{tikzcd} \tag{19}$$

sempre que o par de testemunhas R e F é tal que R é representação, F é abstracção e $R \subseteq F^\circ$ (requisito de conexão entre elas).
Demonstração de que, sempre que (19) se verifica, a invertibilidade (17) está garantida:

$$\begin{array}{cl}
& F \cdot R = id \\
\equiv & \quad \{\ \text{igualdade de relações}\ \} \\
& F \cdot R \subseteq id \ \wedge\ id \subseteq F \cdot R \\
\equiv & \quad \{\ \mathsf{img}\, F = id \text{ e } \mathsf{ker}\, R = id\ \} \\
& F \cdot R \subseteq F \cdot F^\circ \ \wedge\ R^\circ \cdot R \subseteq F \cdot R \\
\equiv & \quad \{\ \text{conversos}\ \} \\
& F \cdot R \subseteq F \cdot F^\circ \ \wedge\ R^\circ \cdot R \subseteq R^\circ \cdot F^\circ \\
\Leftarrow & \quad \{\ \text{monotonia de } (F\cdot) \text{ e } (R^\circ\cdot)\ \} \\
& R \subseteq F^\circ \ \wedge\ R \subseteq F^\circ
\end{array}$$

(v.s.f.f.)

(cont.)

$$
\begin{array}{ll}
\equiv & \{\ \text{trivia}\ \} \\
& R \subseteq F^{\circ} \\
\equiv & \{\ \text{por hipótese}\ \} \\
& \textsc{True}
\end{array}
$$

Primeiros exemplos (óbvios) de inequações de representação envolvendo produtos e coprodutos:

$$
\begin{tikzcd} A \arrow[r, bend left, "R"] \arrow[r, phantom, "\leq"] & A \times B \arrow[l, bend left, "\pi_1"] \end{tikzcd}
\quad \text{e} \quad
\begin{tikzcd} A \arrow[r, bend left, "i_1"] \arrow[r, phantom, "\leq"] & A + B \arrow[l, bend left, "F"] \end{tikzcd}
\tag{20}
$$

Cálculo simples de R e F para estes exemplos, baseado em leis de fusão.
Noção de *invariante concreto* induzido por uma inequação de representação: trata-se do predicado determinado pela coreflexiva

$$\Phi \quad = \quad id \cap R \cdot F \tag{21}$$

cuja interpetação para o caso funcional é

$$\phi\, b \quad \equiv \quad r(f\ b) = b$$

(cf. invertibilidade).

O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2007.03.26 2.ª-feira, 16h00–18h00 DI-A.2 (LMCC+LESI)	Não houve aula (envolvimento do docente na organização da conferência ETAPS'07). O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2007.03.29 5.ª-feira, 14h00–16h00 Sala DI-A2 (LESI+LMCC)	Não houve aula (envolvimento do docente na organização da conferência ETAPS'07). O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2007.04.12 5.ª-feira, 14h00–16h00 Sala DI-A2 (LESI+LMCC)	Início do estudo de um catálogo de leis de refinamento de dados. O isomorfismo como caso particular de refinamento: revisão dos principais isomorfismos envolvendo produtos, coprodutos e funções (exponenciais) *(v.s.f.f.)*

(cont.)	Abordagem relacional ao refinamento de estruturas como listas, *mappings*, etc. Uso da notação $A \to B$ para designar o tipo de todas as relações binárias "de A para B", e da notação $A \rightharpoonup B$ para designar o tipo de todas as relações *simples* "de A para B", logo incluindo o tipo `map` A `to` B em VDM-SL. Apresentação dos isomorfismos de transposição de relações:

$$\begin{tikzcd} A \to B \arrow[r, bend left, "\Lambda"] \arrow[r, phantom, "\cong"] & (\mathcal{P}B)^A \arrow[l, bend left, "(\in \cdot)"] \end{tikzcd}$$

isto é

$$f = \Lambda R \quad \equiv \quad R = \in \cdot f \tag{22}$$

(qualquer relação pode ser transformada numa função para conjuntos),

$$\begin{tikzcd} (C \to A)^B \arrow[r, bend left, "(\bar{\_})^\circ"] \arrow[r, phantom, "\cong"] & B \times C \to A \arrow[l, bend left, "(\bar{\_})"] \end{tikzcd}$$

— corolário de (22) — e, para relações simples, a transposição-$Maybe$:

$$\begin{tikzcd} (B+1)^A \arrow[r, bend left, "untot = (i_1^\circ \cdot\ )"] \arrow[r, phantom, "\cong"] & A \rightharpoonup B \arrow[l, bend left, "tot"] \end{tikzcd}$$

isto é

$$f = tot\ M \quad \equiv \quad M = i_1^\circ \cdot f \tag{23}$$

Início do estudo das leis envolvendo $\leq$.

O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2007.04.16 2.ª-feira, 16h00–18h00 DI-A.2 (LMCC+LESI)	Resolução dos exercícios seguintes:

Exercício 9. Demonstrar as propriedades seguintes das transposições (22) e (23):

$$\begin{aligned} \in \cdot (\Lambda R) &= R && (24)\\ \Lambda(R \cdot S) = (\Lambda R) \cdot S &\Leftarrow (\Lambda R) \cdot S \text{ é função} && (25)\\ i_1^\circ \cdot (tot\ M) &= M && (26)\\ tot(M \cdot N) = (tot\ M) \cdot N &\Leftarrow (\Lambda R) \cdot S \text{ é função} && (27) \end{aligned}$$

□

(v.s.f.f.)

(cont.)

Exercício 10. O diagrama que se segue documenta o processo de representação de um conjunto S (visto como uma coreflexiva) por uma tabela de *hashing* t,

$$t = \Lambda(S \cdot h^\circ) \qquad \begin{tikzcd} A & A \arrow[l, "S"'] \\ \mathcal{P}A \arrow[u, "\in"] & B \arrow[l, "t"] \arrow[u, "h^\circ"'] \end{tikzcd} \tag{28}$$

em que h é uma dada função de *hashing*. Complete o seguinte raciocínio que explica o significado desta representação:

$$\begin{array}{ll}
& t = \Lambda(S \cdot h^\circ) \\
\equiv & \quad \{ \dots \} \\
& \in \cdot\, t = S \cdot h^\circ \\
\equiv & \quad \{ \dots \} \\
& a(S \cdot h^\circ)b \equiv a(\in \cdot\, t)b \\
\equiv & \quad \{ \dots \} \\
& aSa' \wedge a'h^\circ b \equiv a \in (t\, b) \\
\equiv & \quad \{ \dots \} \\
& a \in S \wedge a = a' \wedge b = h\, a' \equiv a \in (t\, b) \\
\equiv & \quad \{ \dots \} \\
& a \in S \wedge b = h\, a \equiv a \in (t\, b) \\
\equiv & \quad \{ \dots \} \\
& a \in S \equiv a \in t(h\, a)
\end{array}$$

$\square$

O DOCENTE ______________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2007.04.19 5.ª-feira, 14h00–16h00 Sala DI-A2 (LESI+LMCC)	Estudo detalhado das leis de $\leq$-refinamento que constam do apêndice C. Cálculo da conecção de Galois asscociada à lei

$$\begin{tikzcd} A \to B \arrow[rr, bend left, "collect"] \arrow[r, phantom, "\leq"] & {} & A \rightharpoonup \mathcal{P}B \arrow[ll, bend left, "(\in\cdot)"] \end{tikzcd} \tag{29}$$

O DOCENTE ______________________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2007.04.23 2.ª-feira, 16h00–18h00 DI-A.2 (LMCC+LESI)	Resolução do seguinte exercício, como preparação para o trabalho prático da disciplina: **Exercício 11.** Especificar sobre os modelos FS (40) e Tar (41) a função $mkdir$ que cria uma nova directoria na directoria corrente. (NB: atenção ao invariante sobre Tar.) □ O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2007.04.26 5.ª-feira, 14h00–16h00 Sala DI-A2 (LESI+LMCC)	*Refinamento de dados por cálculo (continuação) :* Propriedades da relação $\leq$: reflexividade e transitividade e suas provas. Relacionadores (*relators*) e o refinamento estruturado. O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2007.04.30 2.ª-feira, 16h00–18h00 DI-A.2 (LMCC+LESI)	Análise detalhada do cálculo da implementação em SQL do modelo PPD da disciplina de *MFP-I*. Conclusão do estudo sobre *tabelas de hashing*: **Exercício 12.** Defina-se $repf\ S = collect(S \cdot h^{\circ})$, onde S é a (coreflexiva que modela) um conjunto e h é uma função de *hashing*. Complete o seguinte processo de cálculo que mostra que $refp$ é a função que se definiu em VDM-SL em (39): $\begin{array}{ll} & repf\ S \\ = & \quad \{ \ldots \} \\ & \Lambda(S \cdot h^{\circ}) \cdot \delta\,(S \cdot h^{\circ}) \\ = & \quad \{ \ldots \} \\ & \Lambda(S \cdot h^{\circ}) \cdot \mathsf{ker}\,(S \cdot h^{\circ}) \\ = & \quad \{ \ldots \} \\ & \Lambda(S \cdot h^{\circ} \cdot h) \cdot S \cdot h^{\circ} \\ = & \quad \{\ (178)\ \} \\ & \pi_{\Lambda(S \cdot h^{\circ} \cdot h),h} S \\ = & \quad \{ \ldots \} \\ & \vdots \end{array}$ □ O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2007.05.03 5.ª-feira, 14h00–16h00 Sala DI-A2 (LESI+LMCC)	Introdução ao refinamento de modelos de dados recursivos. Teorema de desrecursivação genérica: $\mu\mathsf{F} \quad \leq \quad (K \rightharpoonup \mathsf{F}\,K) \times K \qquad (30)$ Exemplos: desrecursivação do tipo de dados $Exp \cong A + B \times Exp^{\star}$. Primeira análise da desrecursivação do modelo $\begin{array}{lrl} GenDia :: & indiv: & token \quad \text{/*data about an individual */} \\ & mother: & [GenDia] \\ & father: & [GenDia] \end{array} \qquad (31)$ Necessidade de *hilomorfismos* relacionais para exprimir abstracções e representações. O hilomorfismo $[\![\, R, S \,]\!]$ como solução da equação relacional $X \quad = \quad R \cdot \mathsf{F}\,X \cdot S$ Exemplos introdutórios: "fold" de conjuntos e de *mappings*. O DOCENTE ______________________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2007.05.07 2.ª-feira, 16h00–18h00 DI-A.2 (LMCC+LESI)	1ª parte [a]: *Introdução ao cálculo de pontos-fixos*. Funções monótonas, pré/pós-pontos-fixos. Teorema de Tarski. Notação μ. Resolução de equações relacionais. Casos típicos: hilo-equações $X = \underbrace{R \cdot (\mathsf{F}\,X) \cdot S}_{f\ X}$ e outras, por exemplo, $X = \underbrace{R \cup R \cdot X}_{g\ X}$ (cf. fecho transitivo.) 2ª parte: foi feito o ponto da situação quanto aos trabalhos práticos. O DOCENTE ______________________ [a] Devido à realização das JOIN'07, a primeira parte desta aula foi teórica.

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2007.05.10 5.ª-feira, 14h00–16h00 Sala DI-A2 (LESI+LMCC)	Não houve aula (tolerância das JOIN'07). O DOCENTE ______________________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2007.05.14 2.ª-feira, 16h00–18h00 DI-A.2 (LMCC+LESI)	Não houve aula (tolerância do Enterro da Gata). O DOCENTE ______________________

Aula	Sumário
Teórica 2007.05.17 5.ª-feira, 14h00–16h00 Sala DI-A2 (LESI+LMCC)	Não houve aula (tolerância do Enterro da Gata). O Docente ________________

Aula	Sumário
Prática 2007.05.21 2.ª-feira, 16h00–18h00 DI-A.2 (LMCC+LESI)	Caso de estudo sobre a lei (30): formulação (em VDM-SL) da relação de abstracção envolvida na aplicação dessa lei ao tipo (31) (ver secções B.4 e G). Expressão dessa relação sobre a forma de um anamorfismo relacional. Cálculo da relação de accessibilidade e sua expressão em VDM-SL. Foi ainda feito o ponto da situação quanto aos trabalhos práticos. O Docente ________________

Aula	Sumário
Teórica 2007.05.24 5.ª-feira, 14h00–16h00 Sala DI-A2 (LESI+LMCC)	Estudo do cálculo de pontos fixos (secção F, pág. 34). Teorema da *fusão-μ* (119) e sua aplicação ao cálculo de hilomorfismos relacionais. Os tipos colectivos de dados em VDM-SL e seus hilomorfismos. O tipo `map` A `to` B. O tipo `set of` A e a notação $\{\!\|g\|\!\}$. Catamorfismos e anamorfismos relacionais. Estudo da abstracção associada a (30) $$y\,F(H,k) \quad\equiv\quad y[\![H]\!]k \qquad (32)$$ como anamorfismo relacional. O Docente ________________

Aula	Sumário
Prática 2007.05.28 2.ª-feira, 16h00–18h00 DI-A.2 (LMCC+LESI)	Resolução dos exercícios seguintes: **Exercício 13.** Considere o raciocínio $$\begin{array}{rcl} Books & = & ISBN \rightharpoonup Title \times (5 \rightharpoonup Author) \times Publisher \\ & \cong_1 & \quad \{\ r_1 = id \rightharpoonup \langle\langle \pi_1, \pi_3\rangle, \pi_2\rangle\ ,\ f_1 = id \rightharpoonup \langle \pi_1 \cdot \pi_1, \pi_2, \pi_2 \cdot \pi_1\rangle\ \} \\ & & ISBN \rightharpoonup (Title \times Publisher) \times (5 \rightharpoonup Author) \\ & \leq_2 & \quad \{\ \text{(78)}: r_2 = unnjoin\ ,\ f_2 = \bowtie_n\ \} \\ & & (ISBN \rightharpoonup Title \times Publisher) \times (ISBN \times 5 \rightharpoonup Author) \\ & = & Books_2 \end{array}$$ Sintetize as funções de abstracção e de representação globais, escrevendo-as em notação VDM-SL. □ *(v.s.f.f.)*

(cont.)	**Exercício 14.** Recorde a lei (30) que representa estruturas indutivas sob a forma de pares *(heap, apontador)*, bem como a respectiva função de abstracção (32). Seja $K \xleftarrow{f} K$ uma função de transformação de apontadores, usada como parâmtero na seguinte operação de re-alocação de células de um *heap* (vulg. *compressão*):

$$\begin{array}{rcl} compress & : & (K \longrightarrow K) \longrightarrow (K \rightharpoonup \mathsf{F}\,K) \longrightarrow (K \rightharpoonup \mathsf{F}\,K) \\ compress\ f\ M & \stackrel{\rm def}{=} & (\mathsf{F}\,f) \cdot M \cdot f^{\circ} \end{array}$$

É de notar que $M \cdot f^{\circ}$ tem de ser simples, já que o contrário destruiria a simplicidade do *heap* resultante. Mas — será isso suficiente?
Uma *compressão* $compress\ f\ M$ estará correcta se não destruir a representação, isto é, se

$$F(compress\ f\ M, f\ k) = F(M, k) \tag{33}$$

se verificar, onde F é a abstracção (32). Complete o cálculo seguinte de uma condição que é suficiente para (33) estar garantida. E que condição é essa?

$$\begin{array}{ll} & F(compress\ f M, f\ k) = F(M, k) \\ \equiv & \quad \{ \ldots \} \\ & [\![(compress\ f M)]\!](f\ k) = [\![(M)]\!]k \\ \equiv & \quad \{ \ldots \} \\ & [\![((\mathsf{F}\,f) \cdot M \cdot f^{\circ})]\!] \cdot f = [\![(M)]\!] \\ \equiv & \quad \{ \ldots \} \\ & [\![\ in, (\mathsf{F}\,f) \cdot M \cdot f^{\circ}\ ]\!] \cdot f = [\![\ in, M\ ]\!] \\ \Leftarrow & \quad \{ \ldots \} \\ & (\mathsf{F}\,f) \cdot M \cdot f^{\circ} \cdot f = (\mathsf{F}\,f) \cdot M \\ \Leftarrow & \quad \{ \ldots \} \\ & H \cdot f^{\circ} \cdot f = H \\ \equiv & \quad \{ \ldots \} \\ & H \cdot f^{\circ} \cdot f \subseteq H \\ \Leftarrow & \quad \{ \ldots \} \\ & f^{\circ} \cdot f \subseteq id \end{array}$$

□

O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2007.05.31 5.ª-feira, 14h00–16h00 Sala DI-A2 (LESI+LMCC)	Cálculo de ciclos `for/while` (126) a partir do hilomorfismo genérico (34) $$\begin{array}{lcl} f & : & A \longrightarrow C \\ f & = & p \rightarrow b \;,\; \theta \cdot \langle d, f \cdot e \rangle \end{array} \quad (34)$$ Introdução de parâmetros de acumulação. Leis de factorização iterativa (132, 133). Uso do cálculo de hilomorfismos na prova de (132). O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO

Prática
2007.06.04
2.ª-feira, 16h00–18h00
DI-A.2 (LMCC+LESI)
	Resolução dos exercícios seguintes:
	
	Exercício 15. É sabido que a compreensão de listas, eg. em VDM-SL
	`[ g(l(i)) | i in set inds l ]`
	é o catamorfismo
	$$(\!\| in \cdot (id + g \times id) \|\!)$$
	Mostre que esse catamorfismo é um ciclo `while` e escreva-o como tal em notação VDM com variáveis de estado interno. □
	
	Exercício 16. Verifique se a função f definida no fragmento de VDM-SL que se segue,
	`types`
	`BTree = [Node];`
	`Node :: item: int left: BTree right: BTree;`
	
	`functions`
	`f : int -> BTree -> bool`
	`f(i)(t) == cases t:`
	`      nil            -> false,`
	`      mk_Node(x,l,r) -> if x = i then true else`
	`                          if (i < x) then f(i)(l)`
	`                                     else f(i)(r)`
	`      end;`
	está em condições de ser transformada num ciclo-while. Justifique adequadamente a sua resposta identificando eventuais lei de cálculo que tenha utilizado. □
	Considerações finais. Encerramento da disciplina. Preenchimento dos inquéritos de avaliação das aulas teóricas e práticas.
	
	O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2007.06.22 5.ª feira, 14h00-16h00 (Aula suplementar)	Resolução de exercícios pendentes. Revisões da matéria dada. O DOCENTE ____________________