Métodos Formais de Programação I +
Opção I - Métodos Formais de Programação I

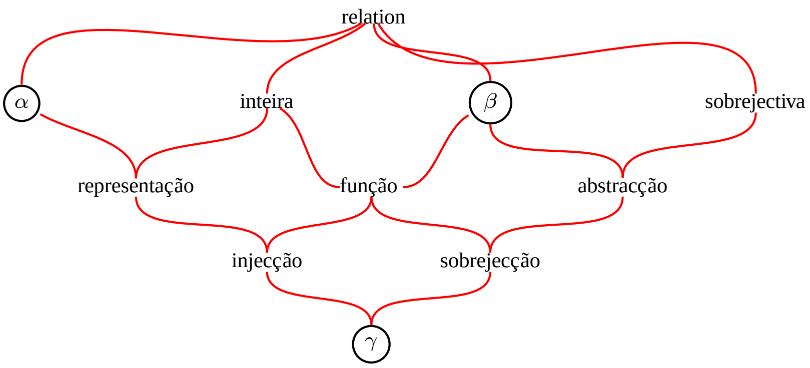
4.º Ano da LMCC (7007N2) + LESI (5307P6)
Ano Lectivo de 2005/06

Exame (época de recurso) — 17 de Fevereiro de 2006
09h30
Salas 2210

NB: *Esta prova consta de **7** alíneas todas com as mesma cotação.*

PROVA SEM CONSULTA (2 horas)

Questão 1 Identifique as classes de relações α, β e γ que estão omissas na taxonomia



de relações binárias que conhece, e indique — justificando — o que pode dizer sobre o núcleo e a imagem de uma relação R que é, simultaneamente, uma representação e uma abstracção.

Questão 2 Numa receita do Serviço Nacional de Saúde é obrigatório constar o seguinte:

- *Código de barras do centro de saúde, que representa um string alfanumérico de comprimento fixo.*
- *Código de barras do médico que assinou a receita, idêntico ao anterior.*
- *Código de barras de até 4 medicamentos, não podendo nenhum desses medicamentos ser receitado mais do que 2 vezes.*

1. Modele em VDM-SL um tipo de dados `Receita` que satisfaça os requisitos acima indicados, prestando particular atenção ao invariante que lhe deve associar.
2. Suponha que `CustoMedic = map ..... to real` modela a tabela que, na base de dados de uma dada farmácia, indica o preço de cada medicamento. Especifique em VDM-SL a operação `totRec : CustoMedic * Receita -> real` que calcula o total a pagar por uma dada receita, prestando particular atenção à respectiva pre-condição.

NB: relembre, na resolução desta questão, o problema 07 (*Multisets "are" Mappings*) das aulas práticas da disciplina. Pode recorrer, se achar necessário, à função

```
mseSumRan[@A]: map @A to real -> real
mseSumRan(M) == realSUM([ M(x) | x in set dom M ]);
```

cujo significado lhe deve ser óbvio.

Questão 3 Dada uma relação binária $B \xleftarrow{R} A$ e duas funções f, g tal como no diagrama que se segue,

$$\begin{tikzcd} B \arrow[d, "g"'] & A \arrow[l, "R"'] \arrow[d, "f"] \\ C & D \arrow[l, "\pi_{g,f} R"] \end{tikzcd}$$

a sua *projecção* por f e g ($\pi_{g,f} R$) define-se como se segue:

$$\pi_{g,f} R \quad \stackrel{\mathrm{def}}{=} \quad g \cdot R \cdot f^{\circ} \tag{1}$$

Dir-se-á que R satisfaz a *dependência funcional* $f \rightharpoonup g$ se e só se a projecção $\pi_{g,f} R$ for simples, escrevendo-se então

$$f \stackrel{R}{\rightharpoonup} g \quad \equiv \quad \pi_{g,f} R \text{ é simples} \tag{2}$$

1. Apresente justificações detalhadas para o cálculo que se segue do facto

$$f \stackrel{R}{\rightharpoonup} g \quad \equiv \quad \mathsf{ker}\,(f \cdot R^{\circ}) \subseteq \mathsf{ker}\, g \tag{3}$$

isto é, complete:

$$\begin{array}{cl} & f \stackrel{R}{\rightharpoonup} g \\ \equiv & \qquad \{ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \} \\ & \mathsf{img}\,(\pi_{g,f} R) \subseteq id \\ \equiv & \qquad \{ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \} \\ & (g \cdot R \cdot f^{\circ}) \cdot (f \cdot R^{\circ} \cdot g^{\circ}) \subseteq id \\ \equiv & \qquad \{ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \} \\ & R \cdot f^{\circ} \cdot f \cdot R^{\circ} \subseteq \mathsf{ker}\, g \\ \equiv & \qquad \{ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \} \\ & \mathsf{ker}\,(f \cdot R^{\circ}) \subseteq \mathsf{ker}\, g \end{array}$$

2. Seja R a relação coreflexiva que representa relacionalmente um conjunto de pares T, i.é $R = [\![T]\!]$. Mostre, introduzindo variáveis no lado direito de (3) e fazendo os cálculos convenientes, que a dependência $\pi_1 \stackrel{[\![T]\!]}{\rightharpoonup} \pi_2$ se expande no seguinte predicado, escrito em VDM-SL:

```
forall t,t' in set T & t.#1 = t'.#1 => t.#2 = t'.#2
```

Questão 4 Dadas duas relações R e S, dizemos que S está mais definida que R sempre que o domínio R é quando muito o de S:

$$R \preceq S \quad \equiv \quad \mathsf{dom}\, R \subseteq \mathsf{dom}\, S \tag{4}$$

Mostre, a partir da CG associada a dom e do facto

$$! \cdot \mathsf{dom}\, R \quad = \quad ! \cdot R \tag{5}$$

que $R \preceq S$ se pode definir alternativamente como

$$R \preceq S \quad \equiv \quad ! \cdot R \subseteq ! \cdot S \tag{6}$$

Questão 5 Considere o seguinte problema de modelação em VDMSL:

> *De dois em dois segundos é registada informação pelo computador do painel de bordo de um veículo automóvel que permite calcular vários indicadores da condução em curso, nomeadamente a velocidade instantânea, o consumo, a distância máxima até ao próximo abastecimento, etc. Guardam-se os últimos 10 registos, por ordem inversa da cronológica.*

No seguinte modelo, garante-se a monotonia da amostragem e inclui-se uma função de cálculo da velocidade instantânea:

```
types

Board = seq of Sample
        inv l == len l <= 10
                and
                forall i,j in set inds l & i <= j => leqSample (l(i),l(j));
Sample :: kms: real
          fuel: real

functions

leqSample: Sample * Sample -> bool
leqSample(a,b) == a.kms >= b.kms and a.fuel <= b.fuel;

instSpeed : Board -> real
instSpeed(l) == (l(1).kms - l(2).kms) * 3600 / 2
pre len l > 1 ;
```

Suponha que há uma evolução dos requisitos e que o cliente pede agora que seja registado o instante de tempo em que é feita cada amostra,

```
Board = map Time to Sample
```

deixando de ser assumido o intervalo de 2 segundos entre amostras.

Que alterações teria que fazer no invariante associado a `Board`? Justifique. **NB:** Suponha que o tipo `Time` (instantes de tempo em segundos) é sinónimo de `nat`.
