Cálculo de Sistemas de Informação
Perfil: MÉTODOS FORMAIS EM ENGENHARIA DE SOFTWARE

1.º/4.º Ano de MEI & MMC / MiEI, Universidade do Minho
Ano Lectivo de 2018/19

Mini-teste — 29 de Novembro
14h00
Sala E7-1.10

NB: *Este mini-teste consta de **4** questões todas com as mesma cotação.*

PROVA COM CONSULTA (1 hora)

Questão 1 Considere uma relação simples

$$\mathrm{URL} \xleftarrow{\mathrm{WWW}} Ref \tag{F1}$$

que se dá como especificação abstracta de um sistema de informação baseado no *World Wide Web*, onde:

$$\begin{aligned} \mathrm{URL} &= Unit^* \\ Unit &= PlainText + HyperLink \\ PlainText &= Word^* \\ HyperLink &= Ref \times Plaintext \end{aligned}$$

Ou seja, fazendo algumas substituições, tem-se:

$$Ref \xrightarrow{\mathrm{WWW}} (PlainText + Ref \times Plaintext)^*$$

Admita que tem definida a relação $A \xleftarrow{\epsilon} A^*$ com o significado óbvio: $a \,\epsilon\, x \Leftrightarrow a \in \mathsf{elems}\ x$. Isto é, $a \,\epsilon\, x$ quer dizer: *"a ocorre algures na sequência x"*.

Especifique a propriedade que garante que toda a referência (Ref) que ocorre numa URL de WWW é uma referência válida. Isto é, que nunca se obtém a irritante mensagem:

The requested URL ... was not found on this server.

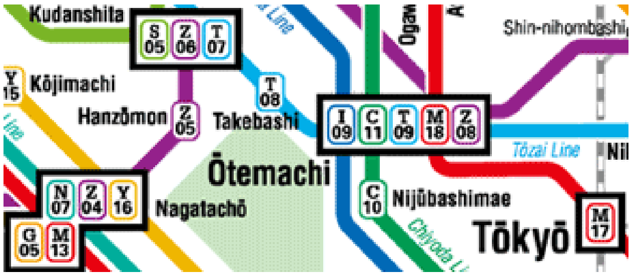
Sugestão: Construa a relação auxiliar $Ref \xleftarrow{R} \mathrm{URL}$ que relaciona cada URL com as referências que ela inclui e use-a na sua resolução. Acompanhe a sua resolução com diagramas explicativos.

Questão 2 Mostre que a seguinte *lei de shunting* ("Galois connection")

$$R \cdot g \leqslant S \quad \equiv \quad R \leqslant S \cdot g^\circ \tag{F2}$$

se verifica, onde $R \leqslant S$ é a ordem (5.230) dos apontamentos.

Questão 3 Recorde o problema do "metro de Tóquio" onde (cf. figura abaixo) há várias linhas (L) representadas com cores diferentes, cujas paragens (P) estão numeradas sequencialmente e onde as estações (E) podem incluir paragens de linhas diferentes — e.g. a estação "Ötemachi" tem as paragens $\boxed{\frac{C}{11}}$, $\boxed{\frac{M}{18}}$, etc — permitindo aos viajantes mudar de linha.



Sabendo-se que cada paragem está sempre associada a uma e uma só estação, definiu-se o modelo simplificado

$$
\begin{tikzcd}
E & P \arrow[l, "st"'] \arrow[r, "nr"] \arrow[d, "ln"'] & \mathbb{N}_0 \\
 & L &
\end{tikzcd}
$$

que a cada paragem associa a respectiva linha, número e estação.

Por exemplo, sendo p a paragem $\boxed{\frac{M}{18}}$ da figura, ter-se-á $st\ p = \text{Ötemachi}$, $ln\ p = M$ e $nr\ p = 18$.

Suponha que alguém escreveu

$$\frac{nr}{\mathsf{succ} \cdot nr} \subseteq \frac{ln}{ln} \tag{F3}$$

como especificação do invariante: *se $n + 1$ é o número de uma paragem de uma dada linha, então há outra paragem da mesma linha com o número n.* (**NB**: $\mathsf{succ}\ n = n + 1$ é a função sucessor em $\mathbb{N}_0 \xleftarrow{[\underline{0}\,,\mathsf{succ}]} 1 + \mathbb{N}_0$.)

A questão é: estará bem formalizada essa propriedade? Converta (F3) na correspondente expressão lógica equivalente e decida. Se a resposta for negativa, proponha uma alternativa a (F3) que corresponda à propriedade que se pretende especificar.

Questão 4 Na aula suplementar de 28 de Novembro foi detectado um erro numa correcção de um exame do ano anterior, que já foi corrigido, cf. inv_3 no anexo. Será possível re-escrever-se esse invariante da forma que se segue?

$$inv_3\ (V, V') \quad = \quad dE \cdot V \subseteq Di \ \wedge \ V' \subseteq \frac{dC}{dE} \tag{F4}$$

Justifique formalmente a sua resposta. Se a resposta for positiva, converta $inv_3\ (V, V')$ para notação com variáveis quantificadas e verifique a sua intuição sobre o problema dado.

ANEXO — Recorde de testes e exames anteriores o modelo de um sistema eleitoral electrónico de inspiração uninominal (i.e., em que se pode votar directamente nos candidatos e não apenas nos respectivos partidos) cujo diagrama relacional se apresenta de seguida,

$$
\begin{tikzcd}
C \arrow[r, "p"'] \arrow[rr, bend left, "V'"] \arrow[dr, "dC"'] & P \arrow[r, "V"'] \arrow[d, "Di"'] & E \arrow[dl, "dE"] \\
& D &
\end{tikzcd}
$$

onde

- $p\ c$ designa o partido a que o candidato c pertence
- $dC\ c$ designa o distrito pelo qual c é candidato
- $dE\ e$ designa o distrito do eleitor e
- $d\ Di\ p$ regista que o partido p concorre às eleições no distrito d
- $e\ V\ p$ indica que o eleitor e votou no partido p
- $e\ V'\ c$ indica que o eleitor e votou directamente no candidato c.

Neste modelo há vários invariantes, a saber:

$$inv_1\ (V, V') = V : E \leftarrow P \text{ e } V' : E \leftarrow C \text{ são injectivas} \tag{F5}$$

$$inv_2\ (V, V') = V^\circ \cdot V' = \bot \tag{F6}$$

pois um eleitor não pode votar em mais do que um candidato ou partido; e

$$inv_3\ (V, V') \quad = \quad dE \cdot [V\,, V'] \subseteq [Di, dC] \tag{F7}$$

pois cada eleitor está registado num distrito e só pode votar em candidatos ou partidos que concorram pelo seu distrito.