

**Cálculo de Sistemas de Informação**  
 Perfil: MÉTODOS FORMAIS EM ENGENHARIA DE SOFTWARE

4.º Ano de MiEI, Universidade do Minho  
 Ano Lectivo de 2017/18

Mini-teste — 7 de Dezembro  
 14h00  
 Sala DI 1.16

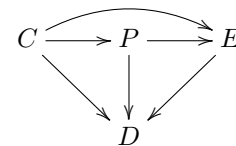
**NB:** *Este mini-teste consta de 4 questões todas com a mesma cotação (2.5 valores). A nota mínima para esta prova ser considerada é 7 valores.*

PROVA COM CONSULTA (1 hora)

**Questão 1** Considere a seguinte proposta de regime eleitoral:

1. há partidos (P) concorrentes às eleições cujas listas contêm candidatos (C) a deputados;
2. um candidato a deputado está associado sempre a um e um só partido;
3. cada eleitor (E) têm a opção de voltar num partido ou num candidato em particular, mas nunca pode votar nos dois;
4. candidatos, eleitores e partidos estão associados a distritos (D);
5. um partido pode concorrer em mais do que um distrito, mas cada candidato seu está associado a um e um só desses distritos;
6. cada eleitor está registado num distrito e só pode votar em candidatos ou partidos que concorram pelo seu distrito.

Tome o diagrama ao lado como um primeiro esboço das relações envolvidas nesta proposta legislativa. Identifique-as dando-lhes nomes e associando-lhes classes relacionais (inteira, sobrejectiva, ... etc). Codifique sob a forma de desigualdades relacionais as restrições que o regime proposto impõe ao acto eleitoral.



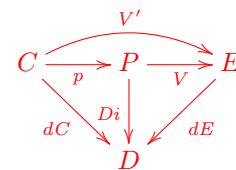
**RESOLUÇÃO:**

- Cláusulas 1 e 2: função  $p : C \rightarrow P$ .
- Cláusula 3: relações **injectivas**  $V : E \leftarrow P$  e  $V' : E \leftarrow C$  sujeitas à condição

$$V^\circ \cdot V' = \perp \quad (F1)$$

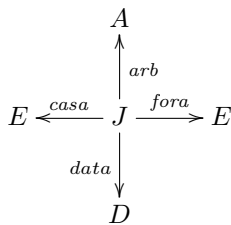
- Cláusulas 4 e 5:  $dC : C \rightarrow D$  e  $dE : E \rightarrow D$  são funções;  $Di : P \rightarrow D$  é relação livre.
- Cláusula 6:

$$[dC, Di] \cdot [V', V]^\circ \subseteq dE \quad (F2)$$



□

**Questão 2** As equipas ( $E$ ) de um campeonato têm jogos ( $J$ ) em casa e jogos fora; todo o jogo ocorre numa data ( $D$ ) e tem um árbitro ( $A$ ):



Converta para notação *pointwise* a cláusula relacional

$$arb \cdot \frac{cf}{fc} \subseteq (\neq) \cdot arb \tag{F3}$$

onde

$$cf = \langle casa, fora \rangle$$

$$fc = \langle fora, casa \rangle$$

$$(\neq) = id \Rightarrow \perp$$

e interprete-a por palavras suas (poucas!).

**RESOLUÇÃO:** Passagem a notação “pointwise” (completar as justificações):

$$\begin{aligned}
 & arb \cdot \frac{cf}{fc} \subseteq (\neq) \cdot arb \\
 \equiv & \{ \dots \} \\
 & \frac{cf}{fc} \subseteq arb^\circ \cdot (\neq) \cdot arb \\
 \equiv & \{ \dots \} \\
 & \langle \forall j', j : cf j' = fc j : arb j' \neq arb j \rangle \\
 \equiv & \{ \dots \} \\
 & \langle \forall j', j : (casa j', fora j') = (fora j, casa j) : arb j' \neq arb j \rangle \\
 \equiv & \{ \dots \} \\
 & \langle \forall j', j : casa j' = fora j \wedge fora j' = casa j : arb j' \neq arb j \rangle \\
 & \square
 \end{aligned}$$

**Interpretação do resultado:**

*Jogos entre as mesmas equipas apenas mudando de campo terão que ter árbitros diferentes.*

□

**Questão 3** Como se viu nas aulas, a ordem

$$R \leq S \equiv \ker S \subseteq \ker R \tag{F4}$$

— que exprime que a relação  $R$  é *menos injectiva* ou *mais definida* (inteira) que a relação  $S$  — é muito útil em especificação formal, por exemplo em

$$sala \leq \langle doc, dh \rangle$$

que determina que um dado docente a uma dada data/hora só poderá estar numa e numa só sala.

A ordem (F4) tem muitas propriedades, incluindo

$$\langle R, S \rangle \leq X \equiv R \leq X \wedge S \leq X \tag{F5}$$

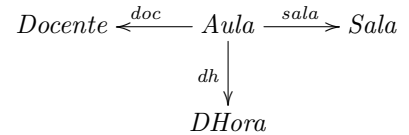
que faz lembrar

$$R \cup S \subseteq X \equiv R \subseteq X \wedge S \subseteq X$$

e

$$R \cdot g \leq S \equiv R \leq S \cdot g^\circ \tag{F6}$$

que faz lembrar uma das leis de "shunting". Demonstre as leis (F5) e (F6) recorrendo a (F4) e a propriedades do cálculo relacional que conhece.



**RESOLUÇÃO:** Cálculo de (F5):

$$\begin{aligned} & \langle R, S \rangle \leq X \\ \equiv & \quad \{ (F4) \text{ and } (82) \} \\ & \ker X \subseteq (\ker R) \cap (\ker S) \\ \equiv & \quad \{ (50) \} \\ & \ker X \subseteq \ker R \quad \wedge \quad \ker X \subseteq \ker S \\ \equiv & \quad \{ (F4) \text{ twice } \} \\ & R \leq X \quad \wedge \quad S \leq X \end{aligned}$$

Cálculo de (F6):

$$\begin{aligned} & R \cdot g \leq S \\ \equiv & \quad \{ (F4); \ker R = R^\circ \cdot R \times 2 \} \\ & \ker S \subseteq g^\circ \cdot \ker R \cdot g \\ \equiv & \quad \{ \text{shunting } (32,33) \} \\ & g \cdot S^\circ \cdot S \cdot g^\circ \subseteq \ker R \\ \equiv & \quad \{ \ker R = R^\circ \cdot R \} \\ & \ker (S \cdot g^\circ) \subseteq \ker R \\ \equiv & \quad \{ (F4) \} \\ & R \leq S \cdot g^\circ \end{aligned}$$

□

□

**Questão 4** Demonstre a seguinte propriedade da subtracção de relações:

$$(R - S) \cup S = R \quad \Leftrightarrow \quad S \subseteq R \tag{F7}$$

---

RESOLUÇÃO:

$$(R - S) \cup S = R$$

$\equiv$  { Propriedade (11) da comparação de relações }

$$\begin{cases} (R - S) \cup S \subseteq R \\ R \subseteq (R - S) \cup S \end{cases}$$

$\equiv$  { (111) em baixo ; (51) em cima }

$$\begin{cases} \begin{cases} R - S \subseteq R \\ S \subseteq R \end{cases} \\ R - S \subseteq R - S \end{cases}$$

$\equiv$  { pela (111)  $R \subseteq R \cup S$ , verdadeiro por cancelamento  $\cup$  }

$$S \subseteq R$$

□

□

---