

Cálculo de Programas

2.º Ano de LCC + LEI (Universidade do Minho)
Ano Lectivo de 2011/12

2.º Mini-teste — 30 de Maio 2012
16h00
Salas CP2-201 e 202

Esta prova consta de 3 questões que valem, cada uma, 2 valores. O tempo estimado para resolução de cada questão é, em média, de 15 min.

PROVA SEM CONSULTA (45m)

Questão 1 O catamorfismo de listas

$$tails = ([singl \cdot nil, ext]) \quad (1)$$

em que $singl\ a = [a]$, $nil\ _ = []$, $cons\ (a, x) = a : x$ e

$$\begin{aligned} ext &:: (a, [[a]]) \rightarrow [[a]] \\ ext &= cons \cdot (cons \times id) \cdot \langle (id \times head), \pi_2 \rangle \end{aligned}$$

calcula todos os sufixos de uma lista, por ordem decrescente de tamanho, por exemplo

$$tails\ "tails" = ["tails", "ails", "ils", "ls", "s", ""]$$

Resolva a equação (1) em ordem a $tails$ de forma a derivar a seguinte versão dessa função em Haskell com variáveis:

$$\begin{aligned} tails\ [] &= [[]] \\ tails\ (a : x) &= (a : b) : tails\ x \textbf{ where } b : _ = tails\ x \end{aligned}$$

Questão 2 Considere a função $amap$ ("alternate map"):

$$\begin{aligned} amap &:: (a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b] \\ amap\ f\ g &= \pi_1 \cdot (aux\ f\ g) \end{aligned}$$

que aplica alternadamente as funções f e g aos elementos de uma lista, recorrendo à função

$$\begin{aligned} aux &:: (a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow ([b], [b]) \\ aux\ f\ g &= \langle f1, f2 \rangle \\ \textbf{where} & \\ f1\ [] &= [] \\ f1\ (x : xs) &= (f\ x) : (f2\ xs) \\ f2\ [] &= [] \\ f2\ (x : xs) &= (g\ x) : (f1\ xs) \end{aligned}$$

(Por exemplo, $amap\ succ\ pred\ [1, 2, 3] = [2, 1, 4]$.) Converta a função auxiliar $aux\ f\ g$ num catamorfismo aplicando-lhe a lei da recursividade múltipla.

Questão 3 Considere a declaração usual de um tipo de árvores binárias que conhece

```
data LTree a = Leaf a | Fork (LTree a, LTree a)
```

e a função:

```
tmap f (Leaf a) = Leaf (f a)
tmap f (Fork (ae, ad)) = Fork (tmap f ae, tmap f ad)
```

Escreva $tmap f$ como um catamorfismo (desenhando o diagrama correspondente) e mostre, usando a lei fusão-cata, entre outras, que a seguinte propriedade se verifica:

$$(tmap f) \cdot (tmap g) = tmap (f \cdot g)$$
