Universidade do Minho

2008/09	1.º Semestre ☐ 2.º Semestre ☒ Anual ☐
DISCIPLINA Cálculo de Programas (8504N1) CURSO LCC	DOCENTE J.N. Oliveira – 406006

AULA	SUMÁRIO
Prática 2009.02.26 6.ª-feira, 15h00-17h00 Sala CP2-111	Apresentação da disciplina. Equipa docente. Programa da disciplina e seu enquadramento no plano de estudos. Motivação. Teoria, método e cálculo em programação. Composicionalidade. A programação funcional como disciplina científica. Regime de avaliação. Bibliografia. Informação electrónica sobre a disciplina: `URL: http://www.di.uminho.pt/~jno/html/cp.html`. O DOCENTE ______________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2009.03.04 4.ª-feira, 11h00-12h00 Sala CP2-111	Análise de requisitos e sua captação funcional. Exemplo: gestão de listas de chamadas num telemóvel [a]. Concepção composicional e reutilização. Representação de funções por diagramas. Domínio e codomínio de uma função. Setas $A \xrightarrow{f} B$, $B \xleftarrow{f} A$ e sua equivalência. Notação funcional com ou sem variáveis. *Início do estudo dos combinadores de programas funcionais:* A composição $f \cdot g$ como combinador elementar (sequencial) de funções. Associatividade da composição: $f \cdot (g \cdot h) = (f \cdot g) \cdot h$ (2.8) [b]. Função identidade id. O polimorfismo de id e a propriedade $f \cdot id = id \cdot f = f$ e seu diagrama comutativo (2.10): $$\begin{tikzcd} A \arrow[d, "f"'] & A \arrow[l, "id"'] \arrow[d, "f"] \arrow[dl, "f"] \\ B & B \arrow[l, "id"] \end{tikzcd}$$ O DOCENTE ______________________ [a] Os *slides* apresentados podem ser encontrados a pp. 20-33 de `http://www.di.uminho.pt/~jno/ps/msdn02.zip`. [b] As referências entre parênteses referem-se aos apontamentos da disciplina.

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Teórico-prática
2009.03.06
6.ª-feira, 15h00-17h00
Sala CP2-111</td><td>Apresentação do algoritmo de Hindley-Milner para inferêmcia do tipo polimórfico mais geral de uma função (em Haskell). Exemplo de aplicação do algoritmo ao cálculo do tipo do combinador <code>foldr</code>,

<code>foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b</code>

obtido por generalização de funções de processamento de listas concretas como por exemplo

<code>sum :: [Int] -> Int</code>
<code>sum [ ] = 0</code>
<code>sum(h:t) = h + sum t</code>

ao esquema

<code>foldr f z [ ] = z</code>
<code>foldr f z (h:t) = f h (foldr f z t)</code>

O DOCENTE ____________________</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Prática
2009.03.06
6.ª-feira, 15h00-17h00
Sala CP2-111</td><td>Apresentação do modelo de avaliação contínua da disciplina e do Wiki em que os alunos se devem registar para contribuírem para a sua avaliação.
Exercício: síntese do combinador <code>foldt</code> a associar ao tipo de dados das árvores binárias declaradas em Haskell da forma seguinte:

<code>data Tree a = Empty | Node a (Tree a) (Tree a)</code>

Sugestão: começar por pedir ao GHC os tipos dos construtores <code>Empty</code> e <code>Node</code>. Deduzir o combinador por generalização de funções concretas sobre árvores do tipo dado.

O DOCENTE ____________________</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Teórica
2009.03.11
4.ª-feira, 11h00-12h00
Sala CP2-111</td><td>Estudo do combinadores básicos de programas funcionais (cont.): [a] O combinador $\langle f, g\rangle$ e o produto $A \times B$ (analogia com “<code>struct</code>” em C) e suas projecções. Sua definição pointwise. O combinador $[f\ , g]$ e o coproduto $A + B$ (analogia com “<code>union</code>” em C) e suas injecções. Uso de diagramas para inferir propriedades. Exemplo: propriedades de cancelamento-$\times$ (2.20), fusão-$\times$ (2.24) e fusão-$+$ (2.40). Propriedade universal de $\langle f, g\rangle$ (2.55).

O DOCENTE ____________________

[a] Por conveniência de serviço, esta aula e a seguinte trocaram com a aula prática de 2009.03.11.</td></tr>
</table>

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2009.03.11 4.ª-feira, 12h00-13h00 Sala CP2-111	*Estudo do combinadores básicos de programas funcionais (cont.):* Uso de diagramas para inferir novos operadores. Exemplos: o produto $f \times g$ (2.22) e a soma $f + g$ de funções. Propriedades de absorção-$\times, +$ (2.25,2.41). Propriedades naturais das projecções (2.25,2.26) e injecções: $(i+j) \cdot i_1 = i_1 \cdot i$, $(i+j) \cdot i_2 = i_2 \cdot j$. Propriedade universal de $[f\ , g]$ (2.57). Dedução das propriedades de reflexão-$\times$ (2.30) e reflexão-$+$ (2.39) a partir das respectivas propriedades universais. O DOCENTE ________________

AULA	SUMÁRIO
Teórico-prática 2009.03.13 6.ª-feira, 15h00-17h00 Sala CP2-111	Propriedades de funções. Situação de invertibilidade $f \cdot g = id$. Funções injectivas e sobrejectivas. Isomorfismos (bijecções). Exemplo: a função $swap = \langle \pi_2, \pi_1 \rangle$, a sua bi-invertibilidade $swap \cdot swap = id$ e o isomorfismo natural $A \times B \cong B \times A$ (2.31). Funções conversas. O DOCENTE ________________

AULA	SUMÁRIO

Prática
2009.03.13
6.ª-feira, 15h00-17h00
Sala CP2-111
	Exercícios de recapitulação sobre *folds* de listas.
	Correcção do exercício começado na aula anterior, de que resultou, por aplicação do algoritmo de Hindley-Milner, o combinador
	`foldt ::  (a -> t -> t -> t) -> t -> Tree a -> t`
	`foldt f z Empty = z`
	`foldt f z (Node a l r) = f a (foldt f z l) (foldt f z r)`
	
	O DOCENTE ________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2009.03.18 4.ª-feira, 11h00-12h00 Sala CP2-111	*Estudo dos combinadores de programas funcionais (cont.):* Derivação da lei da troca (2.47) usando diagramas. Derivação da lei da troca (2.47) resolvendo a equação $[\langle f, g \rangle\ , \langle h, k \rangle] \quad = \quad x$ em ordem a x, com recurso às propriedades universais do produto e do coproduto. O DOCENTE ________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2009.03.18 4.ª-feira, 12h00-13h00 Sala CP2-111	*Estudo dos combinadores de programas funcionais (cont.):* isomorfismos naturais envolvendo produtos e coprodutos que exprimem propriedades comutativas, associativas, de elementos neutros etc. a menos de isomorfismo. Tipos elementares genéricos — primeira intuição sobre os tipos 0, 1 e 2 (resp. `Void`, `()` e `Bool` em HASKELL). Propriedade distributiva $$(A \times B) + (A \times C) \cong A \times (B + C)$$ do produto em relação à soma (2.48). O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Teórico-prática 2009.03.20 6.ª-feira, 14h00-15h00 Sala CP2-111	Apresentação da extensão `Cp.hs` ao `Prelude.hs` do Haskell. Sua utilização como auxiliar de estudo. Uso do comando `:t` para "validar" tipos. Caso de estudo: síntese do isomorfismo $coassocr$ em notação *pointfree*, apoiada por diagramas; recurso à propriedade universal-$+$ (2.57) para deduzir a correspondente versão *pointwise*. Codificação de ambas em Haskell usando a extensão `Cp.hs`. O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2009.03.20 6.ª-feira, 15h00-17h00 Sala CP2-111	Exercícios das propriedades de igualdade, fusão e absorção associadas ao produto e coproduto partir da respectiva propriedade universal (2.55). Síntese do isomorfismo $undistr$ (2.49) que testemunha a propriedade (2.48). O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2009.03.25 4.ª-feira, 11h00-12h00 Sala CP2-111	*Estudo dos combinadores de programas funcionais básicos (conclusão):* Introdução à representação de predicados por guardas (2.60). Combinador condicional de McCarthy (2.59). O isomorfismo natural $A \times 2 \cong A + A$ (2.85) como base para a explicação da definição (2.59). Enunciado das leis de fusão do condicional de McCarthy (2.61,2.63). Funções constantes (2.12), sua propriedade natural e sua utilização para representar valores como funções. O tipo de dados $1 + A$ ("apontador" para valores de tipo A). O DOCENTE ____________________

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Teórica
2009.03.25
4.ª-feira, 12h00-13h00
Sala CP2-111</td><td>

Introdução à concepção de programas recursivos. Exemplos de extracção de tais programas a partir de propriedades matemáticas dos operadores a definir (em $\mathbb{N}$). Exemplo: derivação da multiplicação

$$\begin{array}{l} a \times 0 = 0 \\ a \times (n+1) = (a \times n) + a \end{array}$$

a partir da existência dos elementos neutro e absorvente da multiplicação e da propriedade distributiva da multiplicação em relação à soma, etc.
Início do estudo de combinadores envolvendo tipos indutivos: Motivação: conversão da definição ao ponto da operação de multiplicação acima na sua versão sem variáveis correspondente ao diagrama

$$\begin{tikzcd} \mathbb{N}_0 \arrow[d, "(a\times)"'] & 1+\mathbb{N}_0 \arrow[l, "{[\underline{0}\ ,succ]}"'] \arrow[d, "id+(a\times)"] \\ \mathbb{N}_0 & 1+\mathbb{N}_0 \arrow[l, "{[\underline{0}\ ,(a+)]}"] \end{tikzcd}$$

usando as propriedades das funções constantes, dos coprodutos, etc. Primeira intuição sobre o combinador `fold` para funções sobre números naturais. Noção de *gene* de uma função recursiva sobre naturais.

O DOCENTE ____________________

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Teórico-prática
2009.03.27
6.ª-feira, 14h00-15h00
Sala CP2-111</td><td>

Prática com expressões condicionais e condicional de McCarthy: exercícios 2.13 (pág. 37) e 2.15 (pág. 38).

O DOCENTE ____________________

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Prática
2009.03.27
6.ª-feira, 15h00-17h00
Sala CP2-111</td><td>

Prática com isomorfismos: demonstração de (2.96):

$$[g\ ,h] \times f \quad = \quad [g \times f\ , h \times f] \cdot distl$$

O DOCENTE ____________________

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Teórica
2009.04.01
4.ª-feira, 11h00-12h00
Sala CP2-111</td><td>

Não houve aula (ausência do docente numa reunião científica internacional).

O DOCENTE ____________________

</td></tr>
</table>

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2009.04.01 4.ª-feira, 12h00-13h00 Sala CP2-111	Não houve aula (ausência do docente numa reunião científica internacional). O DOCENTE ________________

AULA	SUMÁRIO
Teórico-prática 2009.04.03 6.ª-feira, 14h00-15h00 Sala CP2-111	Costumização de produtos e coprodutos em Haskell: isomorfismos in, out para introdução / remoção de sintaxe. O DOCENTE ________________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2009.04.03 6.ª-feira, 15h00-17h00 Sala CP2-111	Exemplos de resolução da equação $out \cdot in = id$ em ordem a out, incluindo a sua conversão para Haskell com variáveis. Exercícios de introdução à concepção de programas recursivos. O DOCENTE ________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2009.04.15 4.ª-feira, 11h00-12h00 Sala CP2-111	*Estudo dos combinadores associados ao tipo $I\!N_0$:* identificação do "fold" de números naturais ($I\!N_0$) como o combinador `for` que capta a semântica de um ciclo-`for` unidimensional, $\begin{array}{rcl} for\ b\ i\ 0 & = & 0 \\ for\ b\ i\ (n+1) & = & b(for\ b\ i\ n) \end{array}$ com inicialização i e corpo de ciclo b. Interpretação de operadores aritméticos simples como ciclos-`for`. Exemplo: $(a\times) = for\ (a+)\ 0$. O DOCENTE ________________

Aula	Sumário
Teórica 2009.04.15 4.ª-feira, 12h00-13h00 Sala CP2-111	*Estudo dos combinadores associados ao tipo $\mathbb{N}_0$ (cont.):* a solução $$\begin{tikzcd} \mathbb{N}_0 \arrow[rr, bend left, "out"] \arrow[rr, phantom, "\cong"] & & 1+\mathbb{N}_0 \arrow[ll, bend left, "in=[\underline{0}\,,succ]"] \end{tikzcd}$$ da equação polinomial $X \cong 1 + X$ (3.74). Noção de *catamorfismo* $(\!|g|\!)$ sobre números naturais induzido pelo *gene* g e sua propriedade universal: $$k = (\!|g|\!) \quad \Leftrightarrow \quad k \cdot in = g \cdot \mathsf{F}\,k \qquad (1)$$ onde $\mathsf{F}\,k = id + k$ e $in = [\underline{0}\,, succ]$. Interpretação de várias funções sobre números naturais (eg. $(a\times)$ da aula de 25 de Março) como catamorfismos. Dedução dos corolários reflexão-cata e cancelamento-cata. O Docente ____________________

Aula	Sumário
Teórico-prática 2009.04.17 6.ª-feira, 14h00-15h00 Sala CP2-111	Investigação sobre catamorfismos cujos resultados são pares. Cálculo da lei da recursividade múltipla (3.73), $$\left\{ \begin{array}{l} f \cdot in = h \cdot \mathsf{F}\,\langle f, g\rangle \\ g \cdot in = k \cdot \mathsf{F}\,\langle f, g\rangle \end{array} \right. \quad \equiv \quad \langle f, g\rangle = (\!|\langle h, k\rangle|\!)$$ também conhecida por lei de Fokkinga. Perspectivas "matricial" e "vectorial" de um sistema de defin̄ções mutuamente recursivas (equações). O Docente ____________________

Aula	Sumário
Prática 2009.04.17 6.ª-feira, 15h00-17h00 Sala CP2-111	Apresentação da biblioteca `Nat.hs`. Derivação da função quadrado $$\begin{array}{l} sq\ 0 = 0 \\ sq\ (n+1) = 2n + 1 + sq\ n \end{array}$$ a partir da fórmula do binómio de Newton. Derivação da função $odd\ n \stackrel{\mathrm{def}}{=} n + 1$ como um catamorfismom de naturais. Conversão de sq para notação sem variáveis e desenho do respectivo diagrama. Conclusão: odd não é um catamorfismo de naturais. O Docente ____________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2009.04.22 4.ª-feira, 11h00-12h00 Sala CP2-111	Aplicações da lei de recursividade múltipla: optimização de programas funcionais por intercombinação de ciclos (“fusão horizontal”). Cálculo de ciclos-`for` com tantas uma variáveis globais quantas as funções mutuamente recursivas que lhes deram origem. Exemplo: cálculo do ciclo $for(0,1)((s,o) \mapsto (s+o, 2+o))$ a partir das funções sq e odd. O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2009.04.22 4.ª-feira, 12h00-13h00 Sala CP2-111	Dedução da lei de *“banana split”* (3.81) $\langle (\!\|i\|\!), (\!\|j\|\!) \rangle = (\!\|(i \times j) \cdot \langle \mathsf{F}\,\pi_1, \mathsf{F}\,\pi_2 \rangle \|\!)$ como corolário da lei de recursividade múltipla (3.73). Construção do respectivo diagrama. O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Teórico-prática 2009.04.24 6.ª-feira, 14h00-15h00 Sala CP2-111	*Introdução ao estudo de combinadores envolvendo tipos indutivos (cont.):* Recurso ao tipo de dados $1+A$ para para a modelação de listas ligadas. A equação $X \cong 1 + A \times X$ (3.4). Discussão sobre a sua “resolução em ordem a X” quando comparada com a de uma equação algébrica convencional. Soluções “a menos de um isomorfismo” (3.6). Papel dos isomorfismos in e out na discriminação das soluções. Noção de tipo recursivo *polinomial*. O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2009.04.24 6.ª-feira, 15h00-17h00 Sala CP2-111	Investigação de funções sobre naturais que são catamorfismos de $\mathsf{F}\,X = 1 + X$. Exercício de conversão PW-PF da função factorial, $fac \cdot in \quad = \quad [\underline{1}\,, \widehat{*}] \cdot \mathsf{F}\langle suc, fac \rangle \qquad (2)$ que assim se mostra ser um exemplo de recursividade múltipla. Investigação de outras funções sobre naturais que não são catamorfimos, por exemplo o cálculo do n-ésimo número de Fibonacci: $\begin{array}{l} fib\,0 = 1 \\ fib\,1 = 1 \\ fib(n+2) = fib(n+1) + fib\,n \end{array} \qquad (3)$ O DOCENTE ____________________

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Teórica
2009.04.29
4.ª-feira, 11h00-12h00
Sala CP2-111</td><td>

Estudo dos combinadores associados ao tipo polinomial $X \cong 1 + A \times X$: funções de **observação** de habitantes desse tipo. Noção de *catamorfismo*. Sua instância para listas do Haskell e sua analogia com o combinador `foldr`.
Construção do diagrama de um catamorfismos de listas e formulação da respectiva propriedade universal:

$$k = (\!|g|\!) \quad \Leftrightarrow \quad k \cdot in = g \cdot \mathsf{F}\, k \tag{4}$$

onde $\mathsf{F}\, k = id + id \times k$ e in, out foram deduzidas na aula anterior.
Conversão para *pointwise* da lei (4), fazendo $g = [\underline{c}\ , f]$,

$$\begin{array}{rcl} k\,[\,] & = & c \\ k(h:t) & = & f(h, k\,t) \end{array}$$

deduzindo-se assim a relação entre catamorfismos de listas e *folds*:

$$(\!|[\underline{c}\ , f]|\!) \quad = \quad foldr\ \overline{f}\ c \tag{5}$$

O DOCENTE ____________________

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Teórica
2009.04.29
4.ª-feira, 12h00-13h00
Sala CP2-111</td><td>

Apresentação da biblioteca `List.hs`.
Introdução à análise de algoritmos por cálculo. Noções de anamorfismo $[\!(g)\!]$ de uma coalgebra g e de hilomorfismo $[\![\ g, h\ ]\!]$. Primeira abordagem à *hilo-factorização* algorítmica. Exemplo introdutório: cisão da função factorial (2) no *hilomorfismo*

$$\begin{tikzcd} I\!N \arrow[r, "out"] \arrow[d, "fac"'] & 1 + I\!N \arrow[r, "id + \langle suc, id \rangle"] & 1 + I\!N \times I\!N \arrow[d, "id + id \times fac"] \\ I\!N & & 1 + I\!N \times I\!N \arrow[ll, "{[\underline{1}\ , \widehat{*}]}"] \end{tikzcd}$$

Factorização de um hilomorfismo numa fase de *análise* (anamorfismo) seguida de outra de *síntese* (catamorfismo),

$$[\![\ g, h\ ]\!] \quad = \quad (\!|g|\!) \cdot [\!(h)\!] \tag{6}$$

e sua relação com a construção de algoritmos segundo o esquema da *divisão e conquista*.
Percepção (informal) de um compilador como um hilomorfismo: *parser* seguido de *gerador de código*. Papel do tipo de dados indutivo (árvore de *parsing*) que os medeia.

O DOCENTE ____________________

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Teórica
2009.05.06
4.ª-feira, 11h00-12h00
Sala CP2-111</td><td>

Introdução ao estudo de tipos indutivos polinomiais do 2.º grau: árvores binárias de procura e árvores com folhas: Construção dos respectivos catamorfismos. Primeira inspecção das bibliotecas *BTree.hs* e *LTree.hs*.

O DOCENTE ____________________

</td></tr>
</table>

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2009.05.06 4.ª-feira, 12h00-13h00 Sala CP2-111	Trilogia ana-cata-hilo de tipos de base polinomail do 2.º grau: árvores binárias. Estruturas de dados virtual de um hilomorfismo. Apresentação da biblioteca `BTree.hs`. Exemplos: o hilomorfismo `qSort` ('quick sort'). Análise e compreensão de hilomorfismos com base na inspecção de estruturas de dados virtuais. O DOCENTE ______________________

AULA	SUMÁRIO
Teórico-prática 2009.05.08 6.ª-feira, 14h00-15h00 Sala CP2-111	Não houve aula (participação do docente numa 'workshop' internacional). O DOCENTE ______________________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2009.05.08 6.ª-feira, 15h00-17h00 Sala CP2-111	Não houve aula (participação do docente numa 'workshop' internacional). O DOCENTE ______________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2009.05.20 4.ª-feira, 11h00-12h00 Sala CP2-111	Formulação da estrutura algorítmica de *divide & conquer* sob a forma de um hilomorfismo genérico de tipo F, onde F é visto como um functor. Papel da triologia *cata-ana-hilo* na classificação de algoritmos. O caso paradigmático dos algoritmos de ordenação. Análise do algoritmo $mSort$ (*merge sort*) como introdução à biblioteca `LTree`. O DOCENTE ______________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2009.05.20 4.ª-feira, 12h00-13h00 Sala CP2-111	Demonstração da lei de fusão-cata (3.61), $f \cdot (\!\| g \|\!) \quad = \quad (\!\| \beta \|\!) \quad \text{se} \quad f \cdot g = \beta \cdot \mathsf{F}\, f$ a partir da respectiva propriedade universal. Sua evidência com base no diagrama respectivo. O DOCENTE ______________________

AULA	SUMÁRIO
Teórico-prática 2009.05.22 6.ª-feira, 14h00-15h00 Sala CP2-111	Análise de um caso de estudo em cálculo de programas: a função fib que calcula o n-ésimo número da série de Fibonacci. Sua formulação como hilomorfismo do tipo $LTree$ e análise da sua estrutura de dados virtual. Análise da sua versão em ciclo-**for** após cálculo via lei da recursividade múltipla. Demonstração da técnica de anotação de programas com recurso à biblioteca *System.Time* como primeira introdução à "monadificação' de programas funcionais. Apresentação de `demos.hs`. O DOCENTE ________________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2009.05.22 6.ª-feira, 15h00-17h00 Sala CP2-111	Prova da igualdade $(a*) \cdot (b*) = ((a * b)*)$ usando a lei de fusão-cata (3.61) e assumindo a distributividade de $(a*)$ pela soma. Revisão dos tipos $\mathbb{N}$ e $A^\star$, respectivos in/out e functores. Definição da função rev que inverte uma lista como um catamorfismo e prova de $len \cdot rev = len$ através da lei de fusão-cata, assumindo $len \cdot snoc = succ \cdot p2$. Introdução à prova de $rev \cdot rev = id$ que, usando o mesmo método, ficou como trabalho de casa. O DOCENTE ________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2009.05.27 4.ª-feira, 11h00-12h00 Sala CP2-111	*Introdução à parametrização e ao polimorfismo:* generalização da função $map\ f$ (listas) a árvores de tipo $LTree$. Sua representação como um catamorfismo: $$(\!|in \cdot (f + id \times id)|\!)$$ Noção de conteúdo a de um tipo paramétrico $\mathsf{T}a$. Noção de *base* de um tipo paramétrico. O DOCENTE ________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2009.05.27 4.ª-feira, 12h00-13h00 Sala CP2-111	*Parametrização e polimorfismo:* Introdução ao conceito de *functor de tipo* ('type functor'). Breve introdução ao mecanismo de classes em Haskell. Análise da classe `Functor`. O DOCENTE ________________

AULA	SUMÁRIO
Teórico-prática 2009.05.29 6.ª-feira, 15h00-17h00 Sala CP2-111	Classificação algorítmica. Catálogo de tipos indutivos (3.68) e suas bases polinomiais. Tabela sinóptica dos principais **algoritmos** referidos ao longo da disciplina, disponíveis nas bibliotecas `List.hs`, `BTree.hs` e `LTree.hs`:

Classe	B(A,X)	Serialização	Ordenação	Inversão	Factorial	Quadrado	Outros
List	$1 + A \times X$	id	$iSort$	$invl$	fac	sq	$look$
BTree	$1 + A \times X^2$	*in/pré/pós*	$qSort$	$invBTree$			$hanoi, traces$
LTree	$A + X^2$	$tips$	$mSort$	$invLTree$	$dfac$	dsq	fib

O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2009.06.03 4.ª-feira, 11h00-12h00 Sala CP2-111	Noção matemática de functor. Propriedades functoriais — preservação da identidade (3.44) e da composição (3.45). Noção de bi-functor. Propriedades (3.46,3.47). Bi-functores em HASKELL: a class `BiFunctor` e o operador `bmap`. Exemplos: bifunctores produto e coproduto. Demonstração da lei de absorção-cata (3.67), elucidada pelo diagrama

$$
\begin{tikzcd}
A \arrow[d, "f"'] & \mathsf{T}\,A \arrow[d, "\mathsf{T}\,f"'] & & \mathsf{B}\,(A, \mathsf{T}\,A) \arrow[ll, "in_A"'] \arrow[d, "\mathsf{B}\,(id, \mathsf{T}\,f)"] \\
C & \mathsf{T}\,C \arrow[d, "(\!|g|\!)"'] & \mathsf{B}\,(C, \mathsf{T}\,C) \arrow[l, "in_C"] \arrow[d, "\mathsf{B}\,(id, (\!|g|\!))"] & \mathsf{B}\,(A, \mathsf{T}\,C) \arrow[l, "\mathsf{B}\,(f, id)"] \arrow[d, "\mathsf{B}\,(id, (\!|g|\!))"] \\
& D & \mathsf{B}\,(C, D) \arrow[l, "g"] & \mathsf{B}\,(A, D) \arrow[l, "\mathsf{B}\,(f, id)"]
\end{tikzcd}
$$

O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2009.06.03 4.ª-feira, 12h00-13h00 Sala CP2-111	*Introdução ao estudo dos mónades :* Exemplos de motivação — funções parciais e multi-funções em Haskell. Tratamento da parcialidade com `Maybe`. Multi-funções (ie. funções que dão listas como resultado) e sua composição. Definição da composição $f \bullet g$ em ambos os casos (4.1,4.3).

O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Teórico-prática 2009.06.05 6.ª-feira, 14h00-15h00 Sala CP2-111	*Introdução ao estudo dos mónades (cont.) :* Generalização: functores que são mónades. Composição monádica (4.4) em geral:

$$
f \bullet g \stackrel{\mathrm{def}}{=} \mu \cdot \mathsf{F}\,f \cdot g
\qquad\qquad
\begin{tikzcd}
\mathsf{F}(\mathsf{F}\,C) \arrow[d, "\mu"'] & \mathsf{F}\,B \arrow[l, "\mathsf{F}\,f"'] \arrow[d, dash, dotted] & A \arrow[l, "g"'] \\
\mathsf{F}\,C & B \arrow[l, "f"'] &
\end{tikzcd}
$$

Os operadores μ e u: seus axiomas (4.5,4.6) e propriedades *"grátis"* (4.7,4.8).

O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2009.06.05 6.ª-feira, 15h00-17h00 Sala CP2-111	Exercícios de cálculo de programas envolvendo leis de catamorfismos: demonstração de $mirror \cdot mirror = id$; cálculo da versão *pointwise* de $unzip$ a partir da sua versão *pointfree*, cf. $\pi_1 \cdot unzip = (\!|\beta|\!)$, resolvido em ordem a β; cálculo da propriedade $len \cdot concat = sum \cdot (map\ length)$ com recurso às leis de fusão (3.61) e absorção-cata (3.67). O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Teórico-prática 2009.06.12 6.ª-feira, 14h00-15h00 Sala CP2-111	Funções constantes monádicas e o operador de sequenciação $>>$ (4.17). A notação-`do` (4.19) como extensão monádica da notação-`let`. Exemplos nas mónades das listas e `Maybe`. Geradores e compreensões (4.22). Definição por compreensão de listas: encontro entre a notação ZF para conjuntos e a notação-`do` (4.22). Mónades versus functores. Definição de $fmap$ recorrendo à notação-`do`. Cálculo do facto $$do\ \{\ a\ \leftarrow x\ ;\ return(f\ a)\ \}\quad = \quad (\mathsf{F}\ f)\ x \qquad (7)$$ válido para todo o mónade F. O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2009.06.12 6.ª-feira, 15h00-17h00 Sala CP2-111	Preenchimento dos questionários de avaliação da disciplina. Conclusão dos exercícios da aula anterior. O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Teórico-prática 2009.06.26 6.ª-feira, 14h00-15h00 Sala CP2-111	Previsto Exercícios sobre cálculo de catamorfismos e notação monádica. O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2009.06.05 6.ª-feira, 15h00-17h00 Sala CP2-111	Previsto Dúvidas sobre a matéria e sobre o trabalho prático. Encerramento da disciplina. O DOCENTE ____________________