Universidade do Minho

2007/08	1.º Semestre ☐ 2.º Semestre ☒ Anual ☐
DISCIPLINA Cálculo de Programas (8504N1) CURSO LCC	DOCENTE J.N. Oliveira – 406006

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2008.03.03 2.ª-feira, 15h00-16h00 Sala CP2-111	Apresentação da disciplina. Equipa docente. Programa da disciplina e seu enquadramento no plano de estudos. Motivação. Teoria, método e cálculo em programação. Composicionalidade. A programação funcional como disciplina científica. Regime de avaliação. Bibliografia. Informação electrónica sobre a disciplina: `URL: http://www.di.uminho.pt/~jno/html/cp.html`. O DOCENTE ____________

AULA	SUMÁRIO
Teórico-prática 2008.03.03 2.ª-feira, 16h00-17h00 Sala CP2-111	Análise de requisitos e sua captação funcional. Exemplo: gestão de listas de chamadas num telemóvel [a]. Concepção composicional e reutilização. Representação de funções por diagramas. Domínio e codomínio de uma função. Setas $A \xrightarrow{f} B$, $B \xleftarrow{f} A$ e sua equivalência. Notação funcional com ou sem variáveis. *Início do estudo dos combinadores de programas funcionais:* A composição $f \cdot g$ como combinador elementar (sequencial) de funções. Associatividade da composição: $f \cdot (g \cdot h) = (f \cdot g) \cdot h$ (2.8) [b]. Função identidade id. O polimorfismo de id e a propriedade $f \cdot id = id \cdot f = f$ e seu diagramas comutativo (2.10): $\begin{tikzcd} A \arrow[d, "f"'] & A \arrow[l, "id"'] \arrow[d, "f"] \arrow[dl, "f"] \\ B & B \arrow[l, "id"] \end{tikzcd}$ O DOCENTE ____________ [a] Os *slides* apresentados podem ser encontrados a pp. 20-33 de `http://www.di.uminho.pt/~jno/ps/msdn02.zip`. [b] As referências entre parênteses referem-se aos apontamentos da disciplina.

AULA	SUMÁRIO

Prática
2008.03.03
2.ª-feira, 17h00-19h00
Sala CP2-111
	Apresentação do algoritmo de Hindley-Milner para inferêmcia do tipo polimórfico mais geral de uma função (em Haskell). Exemplo de aplicação do algoritmo ao cálculo do tipo do combinador `foldr`,
	`foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b`
	obtido por generalização de funções de processamento de listas concretas como por exemplo
	`sum :: [Int] -> Int`
	`sum [ ] = 0`
	`sum(h:t) = h + sum t`
	ao esquema
	`foldr f z [ ] = z`
	`foldr f z (h:t) = f h (foldr f z t)`
	Sugestão para estudo: repetir o exercício desta aula na síntese do combinador `foldt` a associar ao tipo de dados das *árvores binárias* declaradas em Haskell da forma seguinte:
	`data Tree a = Empty | Node a (Tree a) (Tree a)`
	Sugestão: começar por pedir ao GHC os tipos dos construtores `Empty` e `Node`.
	
	O DOCENTE ______________

AULA	SUMÁRIO
Teórico-prática 2008.03.07 5.ª-feira, 10h00-11h00 Sala CP2-311	Repetição da aula teórico-prática de 3 de Março. O DOCENTE ______________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2008.03.07 6.ª-feira, 12h00-13h00 Anfiteatro CP2 A2	*Estudo do combinadores básicos de programas funcionais (cont.):* O combinador $\langle f, g\rangle$ e o produto $A \times B$ (analogia com "`struct`" em C) e suas projecções. Sua definição *pointwise*. O combinador $[f\ , g]$ e o coproduto $A + B$ (analogia com "`union`" em C) e suas injecções. Uso de diagramas para inferir propriedades. Exemplo: propriedades de cancelamento-$\times$ (2.20) de fusão-$\times$ (2.24). Propriedade universal de $\langle f, g\rangle$ (2.55). O DOCENTE ______________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2008.03.10 2.ª-feira, 15h00-16h00 Sala CP2-111	Propriedades de absorção-$\times,+$ (2.25,2.41). Propriedades naturais das projecções (2.25,2.26) e injecções: $(i+j)\cdot i_1 = i_1 \cdot i$, $(i+j)\cdot i_2 = i_2 \cdot j$. Propriedade universal de $[f\ , g]$ (2.57). Dedução das propriedades de reflexão-$\times$ (2.30) e reflexão-$+$ (2.39) a partir das respectivas propriedades universais. Uso de diagramas para inferir operadores. Exemplos: o produto $f \times g$ (2.22) e a soma $f+g$ de funções. O DOCENTE ____________

AULA	SUMÁRIO
Teórico-prática 2008.03.10 2.ª-feira, 16h00-17h00 Sala CP2-111	Exercícios de dedução de todas as propriedades associadas ao produto a partir da respectiva propriedade universal (2.55). **Sugestão para estudo**: repetir estes exercícios para coprodutos e tirar conclusões. O DOCENTE ____________

AULA	SUMÁRIO

Prática
2008.03.10
2.ª-feira, 17h00-19h00
Sala CP2-111
	Apresentação da extensão `Cp.hs` ao `Prelude.hs` do Haskell. Correcção do exercício proposto na aula anterior, de que resultou, por aplicação do algoritmo de Hindley-Milner, o combinador
	
	`foldt :: (a -> t -> t -> t) -> t -> Tree a -> t`
	`foldt f z Empty = z`
	`foldt f z (Node a l r) = f a (foldt f z l) (foldt f z r)`
	
	Análise do tipo bi-paramétrico
	
	`data GTree a b = Leaf a | Fork b [ GTree a b ]`
	
	para modelação de árvores genéricas arbitrárias. Escrita das funções `sumg` (soma todos os números em nós e folhas da árvore) e `leafsg` (colecta todas as folhas numa lista sem repetições).
	Sugestão para estudo: análise do significado das instâncias
	
	`foldr (:) []`
	`foldt Node Empty`
	
	e formulação das propriedades de *reflexão* a elas associadas.
	
	O DOCENTE ____________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2008.03.14 6.ª-feira, 12h00-13h00 Anfiteatro CP2 A2	Propriedades de funções. Situação de invertibilidade $f \cdot g = id$. Funções injectivas e sobrejectivas. Isomorfismos (bijecções). Exemplo: a função $swap = \langle \pi_2, \pi_1 \rangle$, a sua bi-invertibilidade $swap \cdot swap = id$ e o isomorfismo natural $A \times B \cong B \times A$ (2.31). Funções conversas. Tipos elementares genéricos: 0, 1 e 2 (resp. `Void`, `()` e `Bool` em HASKELL) e seus isomorfismos básicos: $A \times 1 \cong 1$ (2.81), $A + 0 \cong 0$ (2.79) e $A \times 0 \cong 0$ (2.80). A função $! : A \longrightarrow 1$. Síntese do isomorfismo $undistr$ (2.49) que testemunha $(A \times B) + (A \times C) \cong A \times (B + C)$ (2.48). O tipo de dados $1 + A$ ("apontador" para valores de tipo A). *Estudo dos combinadores de programas funcionais (cont.):* Introdução à representação de predicados por guardas (2.60). Combinador condicional de McCarthy (2.59). Enunciado das leis de fusão do condicional de McCarthy (2.61,2.63). O DOCENTE ____________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2008.03.28 6.ª-feira, 12h00-13h00 Anfiteatro CP2 A2	*Estudo dos combinadores de programas funcionais (cont.):* O isomorfismo $A \times A \cong A^2$ como motivação para o estudo da exponenciação B^A e os seus isomorfismos, nomeadamente os que envolvem `curry` (2.76), `either` (2.77) e `split` (2.78). Funções de ordem superior. Noção de espaço funcional. Propriedade universal da exponenciação B^A (2.67). O combinador $\overline{f}$ e o operador ap. Leis da exponenciação — cancelamento (2.68) e reflexão. (2.69). O DOCENTE ____________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2008.03.31 2.ª-feira, 15h00-16h00 Sala CP2-111	*Estudo dos combinadores de programas funcionais (cont.):* A construção f^A. Leis da exponenciação — fusão (2.70) e absorção (2.72). O DOCENTE ____________

AULA	SUMÁRIO
Teórico-prática 2008.03.31 2.ª-feira, 16h00-17h00 Sala CP2-111	Derivação da lei da troca (2.47) usando diagramas. Recurso a propriedades universais na conversão *pointfree-pointwise*. Exemplo: cálculo da implementação em Haskell do isomorfismo $$iso = [id + i_1 \ , i_2 \cdot i_2] \qquad (1)$$ O DOCENTE ____________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2008.03.31 2.ª-feira, 17h00-19h00 Sala CP2-111	Costumização de produtos e coprodutos em Haskell: isomorfismos in, out para introdução / remoção de sintaxe. Exemplos de resolução da equação $out \cdot in = id$ em ordem a out, incluindo a sua conversão para Haskell com variáveis. Introdução à concepção de programas recursivos. Exemplos de extracção de tais programas a partir de propriedades matemáticas dos operadores a definir (em $I\!N$). Exemplos: derivação da função quadrado $sq\ 0 = 0$ $sq\ (n+1) = 2n + 1 + sq\ n$ a partir do binómio de Newton, derivação da multiplicação $multp\ m\ 0 = 0$ $multp\ m\ (n+1) = multp\ m\ n + m$ a partir da existência dos elementos neutro e absorvente da multiplicação e da propriedade distributiva da multiplicação em relação à soma, etc. O DOCENTE ________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 08.04.04 6.ª-feira, 12h00-13h00 Anfiteatro CP2 A2	*Início do estudo de combinadores envolvendo tipos indutivos:* Recurso ao tipo de dados $1 + A$ para para a modelação de listas ligadas. A equação $X \cong 1 + A \times X$ (3.4). Discussão sobre a sua "resolução em ordem a X" quando comparada com a de uma equação algébrica convencional. Soluções "a menos de um isomorfismo" (3.6). Papel dos isomorfismos in e out na discriminação das soluções. Noção de tipo recursivo *polinomial*. O DOCENTE ________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2008.04.07 2.ª-feira, 15h00-16h00 Sala CP2-111	*Estudo dos combinadores associados ao tipo polinomial $X \cong 1 + A \times X$:* funções de **observação** ou de **construção** de habitantes desse tipo. Noção de *catamorfismo*. Sua instância para listas do Haskell e sua analogia com o combinador `foldr`. Diagrama de catamorfismos de listas. Propriedade universal do combinador *catamorfismo de listas*: $$k = (\!\|g\|\!) \quad \Leftrightarrow \quad k \cdot in = g \cdot \mathsf{F}\,k \qquad (2)$$ onde $\mathsf{F}\,k = id + id \times k$ e in, out foram deduzidas na aula anterior. O DOCENTE ________________

AULA	SUMÁRIO
Teórico-prática 2008.04.07 2.ª-feira, 16h00-17h00 Sala CP2-111	Derivação da lei da troca (2.47) resolvendo a equação $$[\langle f, g\rangle, \langle h, k\rangle] \quad = \quad x$$ em ordem a x, com recurso a propriedades universais. O DOCENTE ________________

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Prática
2008.04.07
2.ª-feira, 17h00-19h00
Sala CP2-111</td><td>Prática com expressões condicionais: exercícios 13 (pág. 35) e 15 (pág. 36). Prática com isomorfismos: demonstração de

$$[g\ ,h] \times f \quad = \quad [g \times f\ ,h \times f] \cdot distl \tag{3}$$

recorrendo ao converso de $distl$.

O DOCENTE ____________________</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Teórica
2008.04.11
6.ª-feira, 12h00-13h00
Anfiteatro CP2 A2</td><td>Estudo dos combinadores associados ao tipo polinomial $X \cong 1+A\times X$ (cont.): Conversão para pointwise da lei universal-cata para listas (2), fazendo $g = [\underline{c}\ , f]$:

$$\begin{aligned} k\,[\,] &= c \\ k(h:t) &= f(h, k\ t) \end{aligned}$$

Relação entre catamorfismos de listas e folds:

$$\llparenthesis [\underline{c}\ , f] \rrparenthesis \quad = \quad foldr\ \overline{f}\ c \tag{4}$$

Dedução, a partir da lei universal-cata, das propriedades de reflexão e cancelamento-cata:

$$\llparenthesis in \rrparenthesis \quad = \quad id \tag{5}$$

$$\llparenthesis g \rrparenthesis \cdot in \quad = \quad g \cdot \mathsf{F}\,\llparenthesis g \rrparenthesis \tag{6}$$

Enunciado da lei de fusão-cata,

$$f \cdot \llparenthesis g \rrparenthesis \quad = \quad \llparenthesis \beta \rrparenthesis \quad \text{se} \quad f \cdot g = \beta \cdot \mathsf{F}\,f \tag{7}$$

e sua evidência a partir do diagrama respectivo.

O DOCENTE ____________________</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Teórica
2008.04.14
2.ª-feira, 15h00-16h00
Sala CP2-111</td><td>Demonstração da lei de fusão-cata a partir da respectiva propriedade universal. Estudo de soluções do tipo polinomial $X \cong 1 + X$. A solução

$$\begin{tikzcd} \mathbb{N}_0 \arrow[rr, bend left, "out"] \arrow[rr, phantom, "\cong"] & & 1 + \mathbb{N}_0 \arrow[ll, bend left, "in=[\underline{0}\ ,succ]"] \end{tikzcd}$$

Catamorfismos associados a $\mathsf{F}\,X = 1+X$. Interpretação de várias funções sobre números naturais (eg. $multp$ da aula de 31 de Março) como catamorfismos.

O DOCENTE ____________________</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Teórico-prática
2008.04.14
2.ª-feira, 16h00-17h00
Sala CP2-111</td><td>

Investigação sobre catamorfismos cujos resultados são pares. Cálculo da lei da recursividade múltipla,

$$\left\{\begin{array}{l} f \cdot in = h \cdot \mathsf{F}\,\langle f, g\rangle \\ g \cdot in = k \cdot \mathsf{F}\,\langle f, g\rangle \end{array}\right. \quad \equiv \quad \langle f, g\rangle = (\!|\langle h, k\rangle|\!) \tag{8}$$

também conhecida por lei de Fokkinga. Perspectivas “matricial” e “vectorial” de um sistema de definções mutuamente recursivas (equações).

O DOCENTE ____________________

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Prática
2008.04.14
2.ª-feira, 17h00-19h00
Sala CP2-111</td><td>

Apresentação das bibliotecas `Nat.hs` e `List.hs`. Investigação de funções sobre naturais que são catamorfismos de $\mathsf{F}\,X = 1 + X$. Exercício de conversão PW-PF da função factorial,

$$fac \cdot in \quad = \quad [\underline{1}\,, \widehat{*}] \cdot \mathsf{F}\langle suc, fac\rangle \tag{9}$$

que assim se mostra ser um exemplo de recursividade múltipla. Investigação de outras funções sobre naturais que não são catamorfimos, por exemplo o cálculo do n-ésimo número de Fibonacci:

$$\begin{array}{l} fib\,0 = 1 \\ fib\,1 = 1 \\ fib(n+2) = fib(n+1) + fib\,n \end{array} \tag{10}$$

O DOCENTE ____________________

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Teórica
2008.04.18
6.ª-feira, 12h00-13h00
Anfiteatro CP2 A2</td><td>

Dedução da lei de *“banana split”*

$$\langle (\!|i|\!), (\!|j|\!)\rangle = (\!|(i \times j) \cdot \langle \mathsf{F}\,\pi_1, \mathsf{F}\,\pi_2\rangle|\!) \tag{11}$$

como corolário da lei de recursividade múltipla (8). Sua aplicação na intercombinação de “ciclos” por fusão (horizontal).
Parametrização e polimorfismo — tipos de dados como functores: Introdução ao conceito de *functor de tipo* (‘type functor’). Síntese de `fmap` para o tipo das listas não vazias ($L\;A \cong A + A \times (L\;A)$) como um catamorfismo:

$$L\,f \quad = \quad (\!|in \cdot (f + f \times id)|\!) \tag{12}$$

Generalização: noção de functor. Propriedades functoriais — preservação da identidade (3.44) e da composição (3.45).

O DOCENTE ____________________

</td></tr>
</table>

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2008.04.21 2.ª-feira, 15h00-16h00 Sala CP2-111	Não houve aula (de acordo com calendário da Direcção de Curso). O DOCENTE ______________

AULA	SUMÁRIO
Teórico-prática 2008.04.21 2.ª-feira, 16h00-17h00 Sala CP2-111	Não houve aula (de acordo com calendário da Direcção de Curso). O DOCENTE ______________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2008.04.21 2.ª-feira, 17h00-19h00 Sala CP2-111	Não houve aula (de acordo com calendário da Direcção de Curso). O DOCENTE ______________

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Teórica
2008.04.28
2.ª-feira, 15h00-16h00
Sala CP2-111</td>
<td>

Apresentação da lei de absorção para o tipo $L\ A$ estudado na aula anterior:

$$\llparenthesis g \rrparenthesis \cdot L\ f \quad = \quad \llparenthesis g \cdot (f + f \cdot id) \rrparenthesis \tag{13}$$

e sua demonstração por inspecção do diagrama:

$$\begin{tikzcd}
A \arrow[d, "f"'] & L\ A \arrow[d, "L\ f"'] & & A + A \times L\ A \arrow[ll, "in_A"'] \arrow[d, "id+id \times L\ f"] \\
C & L\ C \arrow[d, "\llparenthesis g \rrparenthesis"'] & C + C \times L\ C \arrow[l, "in_C"] \arrow[d, "id+id \times \llparenthesis g \rrparenthesis"] & A + A \times L\ C \arrow[l, "f+f \times id"] \arrow[d, "id+id \times \llparenthesis g \rrparenthesis"] \\
 & D & C + C \times D \arrow[l, "g"] & A + A \times D \arrow[l, "f+f \times id"]
\end{tikzcd}$$

Noção de *base polinomial* de um tipo recursivo. Noção de bi-functor. Propriedades (3.46,3.47). Bi-functores em HASKELL: a class `BiFunctor` e o operador `bmap`. Exemplos: bifunctores produto e coproduto.
Definição genérica de um tipo indutivo de dados sobre um *bifunctor de base*: $T\ A \cong B(A, T\ A)$. Politipismo de um tipo indutivo genérico paramétrico. Definição politípica de functor de tipo como o catamorfismo $T\ f \stackrel{\mathrm{def}}{=} \llparenthesis in \cdot B(f, id) \rrparenthesis$ (3.66).

O DOCENTE ______________

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Teórico-prática
2008.04.28
2.ª-feira, 16h00-17h00
Sala CP2-111</td><td>Introdução ao estudo de tipos indutivos cuja base polinomial é do 2.º grau: árvores binárias de procura e árvores com folhas: Construção dos respectivos catamorfismos e functores de tipo. Primeira inspecção às bibliotecas *BTree.hs* e *LTree.hs*.

O DOCENTE ____________________</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Prática
2008.04.28
2.ª-feira, 17h00-19h00
Sala CP2-111</td><td>Primeira experiência com a definição de funções monádicas: conversão de `let`'s em `do`'s e recurso a `return` na "monadificação" da versão *pointwise* de catamorfismos de árvores binárias.
Exercício de aplicação da lei de *banana-split* (11): optimização da função que calcula a média de uma lista não vazia.

O DOCENTE ____________________</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Teórica
2008.05.02
6.ª-feira, 12h00-13h00
Anfiteatro CP2 A2</td><td>Introdução à *cisão* algorítmica, por cálculo. Exemplo introdutório: cisão da função factorial (9) no *hilomorfismo*

$$\begin{tikzcd} \mathbb{N} \arrow[r, "out"] \arrow[d, "fac"'] & 1+\mathbb{N} \arrow[r, "id+\langle suc,id\rangle"] & 1+\mathbb{N}\times\mathbb{N} \arrow[d, "id+id\times fac"] \\ \mathbb{N} & & 1+\mathbb{N}\times\mathbb{N} \arrow[ll, "{[\underline{1}\,,\widehat{*}]}"] \end{tikzcd}$$

Noções de anamorfismo $[\!(g)\!]$ de uma coalgebra g e de hilomorfismo ($[\![\, g,h \,]\!]$). Primeira abordagem à *hilo-factorização* algorítmica

$$[\![\, g,h \,]\!] \quad = \quad (\!|g|\!)\cdot[\!(h)\!] \qquad (14)$$

e sua relação com a construção de algoritmos segundo o esquema da *divisão e conquista*. Introdução ao papel da triologia *cata-ana-hilo* na classificação de algoritmos.

O DOCENTE ____________________</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Teórica
2008.05.05
2.ª-feira, 15h00-16h00
Sala CP2-111</td><td>Trilogia ana-cata-hilo de tipos de base polinomail do 2.º grau: árvores binárias. Estruturas de dados virtual de um hilomorfismo.
Apresentação da biblioteca `BTree.hs`. Exemplos: os hilomorfismos `qSort` ('quick sort') e `hanoi` (torres de Hanói). Análise e compreensão de hilomorfismos com base na inspecção de estruturas de dados virtuais.

O DOCENTE ____________________</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Aula</th><th>Sumário</th></tr>
<tr><td>Teórico-prática
2008.05.05
2.ª-feira, 16h00-17h00
Sala CP2-111</td><td>Apresentação da biblioteca <code>LTree.hs</code>. Exemplos: o hilomorfismo <code>mSort</code> (‘merge sort’) e sua comparação com <code>iSort</code> e <code>qSort</code> como exemplo de transferência de carga algorítmica entre os genes de um hilomorfismo. Os hilomorfismos <code>dfac</code> (duplo factorial) e <code>fib</code> (série de Fibonacci).

O Docente ____________________</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Aula</th><th>Sumário</th></tr>
<tr><td>Prática
2008.05.05
2.ª-feira, 17h00-19h00
Sala CP2-111</td><td>Exercícios de aplicação das leis de fusão-cata e absorção-cata. Demonstração da lei distributiva (em listas):

$$(x*).(\!|[\underline{0}\,,\widehat{+}]|\!) \quad = \quad (\!|[\underline{0}\,,\widehat{+}]|\!) \cdot map\ (x*) \qquad (15)$$

Exercício de aplicação das leis de Fokkinga e banana-split: linearização da função que calcula o n-ésimo número de Fibonacci (10).

O Docente ____________________</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Aula</th><th>Sumário</th></tr>
<tr><td>Teórica
2008.05.09
6.ª-feira, 12h00-13h00
Anfiteatro CP2 A2</td><td>Classificação algorítmica. Catálogo de tipos polinomiais indutivos (3.68). Tabela sinóptica dos principais algoritmos analisados e estudados ao longo da disciplina:
<table>
<tr><th>Classe</th><th>B(A,X)</th><th>Serialização</th><th>Ordenação</th><th>Inversão</th><th>Factorial</th><th>Quadrado</th><th>Outros</th></tr>
<tr><td>List</td><td>$1 + A \times X$</td><td>id</td><td>$iSort$</td><td>$invl$</td><td>fac</td><td>sq</td><td>$look$</td></tr>
<tr><td>BTree</td><td>$1 + A \times X^2$</td><td>in/pré/pós</td><td>$qSort$</td><td>$invBTree$</td><td></td><td></td><td>$hanoi, traces$</td></tr>
<tr><td>LTree</td><td>$A + X^2$</td><td>$tips$</td><td>$mSort$</td><td>$invLTree$</td><td>$dfac$</td><td>dsq</td><td>fib</td></tr>
</table>
Polimorfismo versus politipismo. Definições de tipos politípicos em Haskell.

O Docente ____________________</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Aula</th><th>Sumário</th></tr>
<tr><td>Teórica
2008.05.12
2.ª-feira, 15h00-16h00
Sala CP2-111</td><td>Não houve aula (tolerância do Enterro da Gata).

O Docente ____________________</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Aula</th><th>Sumário</th></tr>
<tr><td>Teórico-prática
2008.05.12
2.ª-feira, 16h00-17h00
Sala CP2-111</td><td>Não houve aula (tolerância do Enterro da Gata).

O Docente ____________________</td></tr>
</table>

AULA	SUMÁRIO
Prática 2008.05.12 2.ª-feira, 17h00-19h00 Sala CP2-111	Não houve aula (tolerância do Enterro da Gata). O DOCENTE ____________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2008.05.16 6.ª-feira, 12h00-13h00 Anfiteatro CP2 A2	Não houve aula (tolerância do Enterro da Gata). O DOCENTE ____________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2008.05.19 2.ª-feira, 15h00-16h00 Sala CP2-111	*Introdução ao estudo dos mónades :* Exemplos de motivação — funções parciais e multi-funções em Haskell. Tratamento da parcialidade com `Maybe`. Multi-funções (ie. funções que dão listas como resultado) e sua composição. Definição da composição $f \bullet g$ em ambos os casos (4.1,4.3). O DOCENTE ____________

AULA	SUMÁRIO
Teórico-prática 2008.05.19 2.ª-feira, 16h00-17h00 Sala CP2-111	Noções de programação *politípica*. Bibliotecas indutivas genéricas. Exemplo: apresentação de `Poly.lhs` O DOCENTE ____________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2008.05.19 2.ª-feira, 17h00-19h00 Sala CP2-111	Apresentação do trabalho prático da disciplina. Conclusão do exercício de linearização da função que calcula o n-ésimo número de Fibonacci (10). O DOCENTE ____________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2008.05.23 6.ª-feira, 12h00-13h00 Anfiteatro CP2 A2	*Introdução ao estudo dos mónades (cont.) :* Generalização: functores que são mónades. Composição monádica (4.4) em geral:

$$f \bullet g \stackrel{\text{def}}{=} \mu \cdot \mathsf{F}\, f \cdot g$$

$$\begin{tikzcd} \mathsf{F}(\mathsf{F}\,C) \arrow[d, "\mu"'] & \mathsf{F}\,B \arrow[l, "\mathsf{F}\,f"'] \arrow[d, dotted, no head] & A \arrow[l, "g"'] \\ \mathsf{F}\,C & B \arrow[l, "f"'] & \end{tikzcd}$$

(v.s.f.f.)

(cont.)	Os operadores μ e u: seus axiomas (4.5,4.6) e propriedades *“grátis”* (4.7,4.8). Definição da composição de Kleisli para o mónade `Maybe`, $$f \bullet g \stackrel{\mathrm{def}}{=} [\underline{Nothing}\ , f] \cdot out \cdot g \qquad (16)$$ como extensão da do seu suporte polinomial (4.1). O DOCENTE ________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2008.05.26 2.ª-feira, 15h00-16h00 Sala CP2-111	Mónades *“ao ponto”*: o operador de aplicação monádica (4.16): $$x \gg\!= f \stackrel{\mathrm{def}}{=} (\mu \cdot \mathsf{F}\, f)x$$ Mónades em HASKELL— a class `Monad` e os operadores `return` e `(>>=)` (4.16). Definição *“ao ponto”* da multiplicação: $\mu = (\gg\!= id)$. Recurso à propriedade (4.16) ou à propriedade (4.13) para definição *pointwise* de μ. Dedução em ambos os casos de μ para o mónade *Maybe*. O DOCENTE ________

AULA	SUMÁRIO
Teórico-prática 2008.05.26 2.ª-feira, 16h00-17h00 Sala CP2-111	Coerência entre $\gg\!=$ (notação monádica *ao ponto*) e μ, u (notação monádica sem pontos): demonstração de $$x \gg\!= u = x \qquad (17)$$ $$x \gg\!= (f \bullet g) = (x \gg\!= g) \gg\!= f \qquad (18)$$ O DOCENTE ________

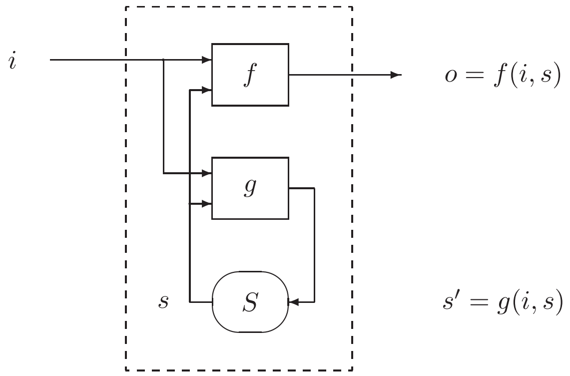
AULA	SUMÁRIO
Prática 2008.05.26 2.ª-feira, 17h00-19h00 Sala CP2-111	Exercícios sobre demonstração de propriedades monádicas: cálculo de (4.6) nas instâncias `Maybe`, $$u = Just$$ $$\mu = [\underline{Nothing}\ , id] \cdot out$$ *(v.s.f.f.)*

(cont.)	
	e listas (não vazias): $$\begin{array}{rcl} u & = & singl \\ \mu & = & concat \end{array}$$ onde $concat = (\![[id\ , \widehat{+\!\!+}]]\!)$. Recurso à biblioteca do tipo indutivo listas não vazias: $$\begin{array}{rcl} in & = & [singl\ , cons] \\ \mathsf{T} f & = & (\![in \cdot (f + f \times id)]\!) \end{array}$$ O DOCENTE ________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2008.05.30 6.ª-feira, 12h00-13h00 Anfiteatro CP2 A2	Funções constantes monádicas e o operador de sequenciação (`>>`). A notação-`do` (4.18) como extensão monádica da notação-`let`. Exemplos: listas e `Maybe`. (Breve referência ao mónade de conjuntos.) Geradores e compreensões (4.21). Definição por compreensão de listas: encontro entre a notação ZF para conjuntos e a notação-`do`. Mónades versus functores. Definição de $fmap$ recorrendo à notação-`do`. Cálculo do facto $$do\,\{\ a\ \leftarrow x\ ;\ return(f\ a)\ \}\quad = \quad (\mathsf{F}\, f)\ x \qquad (19)$$ válido para todo o mónade F. O DOCENTE ________________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2008.06.02 2.ª-feira, 15h00-16h00 Sala CP2-111	Noção de serviço em informática. Automação de serviços. Exemplos: uma caixa multibanco; uma base de dados; um *stack*. Noção de estado interno (base de dados) de um serviço. Introdução ao estudo do mónade de *estado* e sua relação com a exponenciação. Noção de estado, acção e de *autómato*. Máquinas de *Mealy* em Haskell. A função de transição de uma máquina de Mealy vista como um "split" de duas funções, uma (g) que altera o estado interno (s) e outra (f) que devolve o resultado: *(v.s.f.f.)*

(cont.)



O mónade de (transição de) estado

$$(\mathsf{St}\ S)\ A \quad = \quad S \longrightarrow (A \times S) \tag{20}$$

e sua utilização para modelar acções de um autómato, por exemplo

$$pop() \quad = \quad \langle head, tail \rangle \quad \text{(para estados não vazios)} \tag{21}$$
$$push\ n \quad = \quad \langle \underline{()}, (n :) \rangle \tag{22}$$

O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Teórico-prática 2008.06.02 2.ª-feira, 16h00-17h00 Sala CP2-111	Cálculo das componentes u e μ do mónade de estado,

$$u \quad = \quad \overline{id} \tag{23}$$
$$\mu \quad = \quad ap^S \tag{24}$$

isto é

$$u\ a \quad = \quad \langle \underline{a}, id \rangle \tag{25}$$
$$\mu\ \langle f, g \rangle s \quad = \quad (f\ s)(g\ s) \tag{26}$$

Papel da exponenciação e da transposição.

O DOCENTE ____________________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2008.06.02 2.ª-feira, 17h00-19h00 Sala CP2-111	Exercício ilustrativo do cálculo de propriedades de catamorfismos usando propriedades *grátis*, a fusão-cata e a reflexão cata:

(v.s.f.f.)

(cont.)	$$invLTree \cdot invLTree \;=\; id$$ (cf. biblioteca `LTree.hs`.) O DOCENTE ____________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2008.06.06 6.ª-feira, 12h00-13h00 Anfiteatro CP2 A2	Cálculo da composição de Kleisli para o mónade de estado, $$f \bullet g \;=\; \overline{\widehat{f} \cdot \widehat{g}} \qquad (27)$$ em que $\widehat{f}$ e $\widehat{g}$ podem ser vistas como as máquinas de Mealy subjacentes às acções respectivas. Recurso às propriedades de cancelamento (2.68) e de absorção (2.72) da exponenciação, a primeira na versão $$ap \cdot (k \times id) \;=\; \widehat{k} \qquad (28)$$ Breve introdução ao módulo `St.hs`. O DOCENTE ____________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2008.06.09 2.ª-feira, 15h00-16h00 Sala CP2-111	*O mónade de estado e suas transformações :* Apresentação do módulo `St.hs` do material pedagógico. Exemplos de utilização do mónade de estado: *stack* e autómatos. O exemplo wc (*word count*). O DOCENTE ____________

AULA	SUMÁRIO
Teórico-prática 2008.06.09 2.ª-feira, 16h00-17h00 Sala CP2-111	Combinação de mónades: *transformadores* de mónades. Mónade de estado transformada por outro mónade M: $$\mathsf{SMT}\ M\ A \;=\; S \longrightarrow M(A \times S) \qquad (29)$$ *(v.s.f.f.)*

<table>
<tr><td>(cont.)</td><td>Exemplo: computações com estado e IO: modelo típico de um autómato determinístico interactivo (ficheiro <code>SMT.hs</code> do material pedagógico).
Projecto de software “por camadas”: a camada puramente funcional, a camada reactiva e a camada interactiva. Papel da arquitectura em software. Noção de objectificação de um modelo funcional.
Exemplo de aplicação: serviço de gestão de listas de chamadas num telemóvel (ficheiro <code>mobile.hs</code> do material pedagógico).
Preenchimento do questionário de avaliação da disciplina.

O DOCENTE ____________________</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Prática
2008.06.09
2.ª-feira, 17h00-19h00
Sala CP2-111</td><td>Aplicação prática do princípio de hilo-factorização algorítmica: exercício de derivação de um hilomorfismo a partir de uma definição pointwise.
Ciclos while como casos particulares de hilomorfismos. Exemplo:

$$\begin{array}{lll} mod(x, y) & \mid & x < y = x \\ & \mid & otherwise = mod(x - y, y) \end{array}$$

Caso geral: definição do combinador $while\ p\ f\ g$ definido pelo hilomorfismo

$$while\ p\ f\ g \stackrel{\mathrm{def}}{=} \neg \cdot p \rightarrow g\ ,\ (while\ p\ f\ g) \cdot f$$

cf. diagrama

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, "(\neg\cdot p)?"] \arrow[d, "while\ p\ f\ g"'] & A + A \arrow[r, "id+f"] & A + A \arrow[d, "id+(while\ p\ f\ g)"] \\ B & & A + B \arrow[ll, "{[g\ ,id]}"] \end{tikzcd}$$

O DOCENTE ____________________</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>AULA</th><th>SUMÁRIO</th></tr>
<tr><td>Teórica
2008.06.13
6.ª-feira, 12h00-13h00
Anfiteatro CP2 A2</td><td>Conclusões e reflexões sobre a disciplina. Análise dos sumários. Análise comparativa entre os conceitos estudados e outros conceitos da álgebra e matemática discreta, nomeadamente da correspondência: (v.s.f.f.)</td></tr>
</table>

(cont.)	- existência da identidade e da composição — definição de uma pré-ordem - produtos e coprodutos — ínfimos e supremos em reticulados - functor — função monótona - catamorfismo — ponto fixo - mónade — operador de fecho. O DOCENTE ____________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2008.06.16 2.ª-feira, 15h00-16h00 Sala CP2-111	Aula de dúvidas sobre matéria da disciplina e trabalho prático. O DOCENTE ____________

AULA	SUMÁRIO
Teórico-prática 2008.06.16 2.ª-feira, 16h00-17h00 Sala CP2-111	Aula de dúvidas sobre matéria da disciplina e trabalho prático. O DOCENTE ____________

AULA	SUMÁRIO
Prática 2008.06.16 2.ª-feira, 17h00-19h00 Sala CP2-111	Aula de dúvidas sobre matéria da disciplina e trabalho prático. O DOCENTE ____________

AULA	SUMÁRIO
Teórica 2008.06.20 6.ª-feira, 12h00-13h00 Anfiteatro CP2 A2	Aula de dúvidas sobre o trabalho prático. Encerramento da disciplina. O DOCENTE ____________