

Cálculo de Funções

COMPOSIÇÃO

$$\text{Natural-id} \quad f \cdot id = id \cdot f = f \quad (1)$$

$$\text{Associatividade} \quad (f \cdot g) \cdot h = f \cdot (g \cdot h) \quad (2)$$

PRODUTO

$$\text{Universal-}\times \quad k = \langle f, g \rangle \Leftrightarrow \begin{cases} \pi_1 \cdot k = f \\ \pi_2 \cdot k = g \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{Cancelamento-}\times \quad \pi_1 \cdot \langle f, g \rangle = f \quad , \quad \pi_2 \cdot \langle f, g \rangle = g \quad (4)$$

$$\text{Reflexão-}\times \quad \langle \pi_1, \pi_2 \rangle = id_{A \times B} \quad (5)$$

$$\text{Fusão-}\times \quad \langle g, h \rangle \cdot f = \langle g \cdot f, h \cdot f \rangle \quad (6)$$

$$\text{Absorção-}\times \quad (i \times j) \cdot \langle g, h \rangle = \langle i \cdot g, j \cdot h \rangle \quad (7)$$

$$\text{Functor-}\times \quad (g \cdot h) \times (i \cdot j) = (g \times i) \cdot (h \times j) \quad (8)$$

$$\text{Functor-id-}\times \quad id_A \times id_B = id_{A \times B} \quad (9)$$

COPRODUTO

$$\text{Universal-+} \quad k = [f, g] \Leftrightarrow \begin{cases} k \cdot i_1 = f \\ k \cdot i_2 = g \end{cases} \quad (10)$$

$$\text{Cancelamento-+} \quad [g, h] \cdot i_1 = g \quad , \quad [g, h] \cdot i_2 = h \quad (11)$$

$$\text{Reflexão-+} \quad [i_1, i_2] = id_{A+B} \quad (12)$$

$$\text{Fusão-+} \quad f \cdot [g, h] = [f \cdot g, f \cdot h] \quad (13)$$

$$\text{Absorção-+} \quad [g, h] \cdot (i + j) = [g \cdot i, h \cdot j] \quad (14)$$

$$\text{Functor-+} \quad (g \cdot h) + (i \cdot j) = (g + i) \cdot (h + j) \quad (15)$$

$$\text{Functor-id-+} \quad id_A + id_B = id_{A+B} \quad (16)$$

EXPONENCIAÇÃO

$$\text{Universal} \quad k = \overline{f} \Leftrightarrow f = ap \cdot (k \times id) \quad (17)$$

$$\text{Cancelamento} \quad f = ap \cdot (\overline{f} \times id) \quad (18)$$

$$\text{Reflexão} \quad \overline{ap} = id_{B^A} \quad (19)$$

$$\text{Fusão} \quad \overline{g \cdot (f \times id)} = \overline{g} \cdot f \quad (20)$$

$$\text{Absorção} \quad f^A \cdot \overline{g} = \overline{f \cdot g} \quad (21)$$

$$\text{Functor} \quad (g \cdot h)^A = g^A \cdot h^A \quad (22)$$

$$\text{Functor-id} \quad id^A = id \quad (23)$$

INDUÇÃO

$$\text{Universal-cata} \quad k = \llbracket \beta \rrbracket \Leftrightarrow k \cdot in = \beta \cdot (F k) \quad (24)$$

$$\text{Cancelamento-cata} \quad \llbracket \alpha \rrbracket \cdot in = \alpha \cdot F \llbracket \alpha \rrbracket \quad (25)$$

$$\text{Reflexão-cata} \quad \llbracket in \rrbracket = id_{\top} \quad (26)$$

$$\text{Fusão-cata} \quad f \cdot \llbracket \alpha \rrbracket = \llbracket \beta \rrbracket \Leftarrow f \cdot \alpha = \beta \cdot (F f) \quad (27)$$

$$\text{Absorção-cata} \quad \llbracket g \rrbracket \cdot \top f = \llbracket g \cdot B(f, id) \rrbracket \quad (28)$$

FUNCTORES

$$\text{Functor-F} \quad F(g \cdot h) = (F g) \cdot (F h) \quad (29)$$

$$\text{Functor-id-F} \quad F id_A = id_{(F A)} \quad (30)$$

$$\text{“Teorema grátis” de } g \quad (G f) \cdot g = g \cdot (F f) \quad (31)$$

MISC.

$$\text{Lei da troca} \quad [\langle f, g \rangle, \langle h, k \rangle] = \langle [f, h], [g, k] \rangle \quad (32)$$

$$\text{Fusão de predicado guardado} \quad p? \cdot f = (f + f) \cdot (p \cdot f)? \quad (33)$$

$$\text{1.ª Lei de fusão do condicional} \quad f \cdot (p \rightarrow g, h) = p \rightarrow f \cdot g, f \cdot h \quad (34)$$

$$\text{2.ª Lei de fusão do condicional} \quad (p \rightarrow f, g) \cdot h = (p \cdot h) \rightarrow (f \cdot h), (g \cdot h) \quad (35)$$

MÓNADAS

$$\text{Composição monádica} \quad f \bullet g \stackrel{\text{def}}{=} \mu \cdot F f \cdot g \quad (36)$$

$$\text{Associatividade-}\bullet \quad f \bullet (g \bullet h) = (f \bullet g) \bullet h \quad (37)$$

$$\text{Identidade-}\bullet \quad u \bullet f = f = f \bullet u \quad (38)$$

$$\text{Associatividade-}\bullet/\cdot \quad (f \bullet g) \cdot h = f \bullet (g \cdot h) \quad (39)$$

$$\text{Associatividade-}\cdot/\bullet \quad (f \cdot g) \bullet h = f \bullet (F g \cdot h) \quad (40)$$

$$\mu \text{ versus } \bullet \quad id \bullet id = \mu \quad (41)$$

$$\text{‘Binding’} \quad x >>= f \stackrel{\text{def}}{=} (\mu \cdot F f)x \quad (42)$$

$$\text{Sequenciação} \quad x >> y \stackrel{\text{def}}{=} x >>= \underline{y} \quad (43)$$