

**Métodos de Programação I**

2.º Ano da LMCC (701055) + LESI (531316)  
Ano Lectivo de 1998/99

Exame (época de recurso) — 6 de Setembro de 1999  
14h30  
Salas 2201 e 2202

---

IDENTIFICAÇÃO DO ALUNO:

Nome: .....  
Número:  Curso: .....

RESERVADO À EQUIPA DOCENTE

O Vigilante: ..... O Docente que corrigiu a prova: .....

---

**NB:** *pode utilizar o verso de cada folha deste enunciado para continuar as suas respostas às respectivas questões.*

PROVA SEM CONSULTA (3 horas)

**Questão 1** Por inferência de tipos, escolha a função que, de entre as seguintes,

- $[id, id]$  (1)
- $[\langle V, id \rangle, \langle E, id \rangle]$  (2)
- $[\langle V, E \rangle, id]$  (3)
- $id + id$  (4)

estabelece o isomorfismo

$$2 \times A \cong A + A$$

da direita para a esquerda.

Aplique-lhe a *lei da troca* e codifique o resultado em HASKELL.

RESPOSTA:

Nr. do aluno:

Reservado aos docentes:

**Questão 2** O HUGS *Standard Prelude* permite programar com funções constantes `c`: basta escrever `λ~^b\ ``. Verifique qual o tipo das expressões `λ È λ~^b\ `` e `λ~^b\ çã `D`, para qualquer `ã` e ```. Que mais sabe dizer sobre estas expressões funcionais? Justifique.

RESPOSTA:

**Questão 3** O que é que o algoritmo de ordenação ‘merge sort’ e o do cálculo do  $n$ -ésimo número de Fibonacci têm em comum? Justifique a sua resposta.

RESPOSTA:

**Questão 4** Escreva sob a forma de um anamorfismo de listas a função que calcula a sequência de todos os inteiros pares não negativos inferiores a um dado número. Codifique o resultado em HASKELL.

RESPOSTA:

**Questão 5** Seja  $distr$  (ler: 'distribute right') a bijecção que estabelece o isomorfismo  $A \times (B + C) \cong A \times B + A \times C$ . Preencha as reticências no diagrama que se segue por forma a ver nele especificada a bijecção  $distl$  (ler: 'distribute left') que estabelece o isomorfismo  $(B + C) \times A \cong B \times A + C \times A$ :

$$(B + C) \times A \xrightarrow{\text{swap}} \dots \xrightarrow{\text{distr}} \dots \xrightarrow{\dots} B \times A + C \times A$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{distl}$

RESPOSTA:

**Questão 6** Na sequência da Questão 5, mostre que

$$[g, h] \times f = [g \times f, h \times f] \cdot distr \tag{5}$$

é uma propriedade válida sobre  $distl$ , aplicando, entre outras leis que conhece, as seguintes:

$$f \times [g, h] = [f \times g, f \times h] \cdot distr \tag{6}$$

$$swap \cdot (f \times g) = (g \times f) \cdot swap \tag{7}$$

RESPOSTA:

**Questão 7** Considere a função que se segue:

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$

Determine a sua assinatura, diga por palavras suas o que a função “faz” e exprima-a como um catamorfismo.

RESPOSTA:

**Questão 8** Uma das formas de calcular  $n^2$ , o quadrado de um número natural  $n$ , é somar os  $n$  primeiros ímpares. De facto,  $1^2 = 1$ ,  $2^2 = 1 + 3$ ,  $3^2 = 1 + 3 + 5$ , etc.,  $n^2 = (2n - 1) + (n - 1)^2$ . De acordo com esta sugestão, exprima a função  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = n^2$  sob a forma de um hilomorfismo de listas.

RESPOSTA:

**Questão 9** Para descrever documentos HTML usou-se o seguinte tipo:

$\text{ã}\text{á}\text{á} \text{E} \sim \text{O} \setminus \uparrow \rightarrow \text{K U U} \setminus \text{ã} \leftrightarrow \wedge \& \cdot \text{Ú U} \setminus \text{ã} \leftrightarrow \wedge \& \text{E} \sim \text{O} \setminus \uparrow \rightarrow \cdot \text{Q Y} \text{E} \sim \text{O} \setminus \uparrow \rightarrow \text{Y}$

Por exemplo, o texto HTML

$\text{J} \hat{\text{a}} \setminus \uparrow \rightarrow \text{L}$   
 $\text{J} \hat{\text{a}} \text{ã} \hat{\text{a}} \hat{\text{a}} \text{L}$   
 $\text{J} \setminus \leftrightarrow \rightarrow \text{ã} \text{L} \hat{\text{O}} \text{ã} \rightarrow \sim \text{J} \hat{\text{D}} \setminus \leftrightarrow \rightarrow \text{ã} \text{L}$   
 $\text{J} \hat{\text{D}} \hat{\text{a}} \text{ã} \hat{\text{a}} \hat{\text{a}} \text{L}$   
 $\text{J} \hat{\text{a}} \sim \hat{\text{a}} \text{J} \text{L} \hat{\text{O}} \text{ã} \rightarrow \sim \text{Û} \sim \hat{\text{a}} \hat{\text{a}} \text{J} \hat{\text{D}} \hat{\text{a}} \sim \hat{\text{a}} \text{J} \text{L}$   
 $\text{J} \hat{\text{D}} \hat{\text{a}} \setminus \uparrow \rightarrow \text{L}$

será representado pelo termo

$\hat{\text{a}} \text{ã} \rightarrow \sim \text{K Ú} \hat{\text{A}} \hat{\text{a}} \setminus \uparrow \rightarrow \hat{\text{A}} \text{ÇQ YÚ} \hat{\text{A}} \hat{\text{a}} \text{ã} \hat{\text{a}} \hat{\text{a}} \hat{\text{A}} \text{ÇQ YÚ} \hat{\text{A}} \setminus \leftrightarrow \rightarrow \text{ã} \hat{\text{A}} \text{ÇU} \hat{\text{A}} \hat{\text{O}} \text{ã} \rightarrow \sim \hat{\text{A}} \hat{\text{D}} \text{Y} \hat{\text{D}} \hat{\text{E}}$   
 $\text{Ú} \hat{\text{A}} \hat{\text{a}} \sim \hat{\text{a}} \text{J} \hat{\text{A}} \text{ÇQ YU} \hat{\text{A}} \hat{\text{O}} \text{ã} \rightarrow \sim \text{Û} \sim \hat{\text{a}} \hat{\text{a}} \hat{\text{A}} \hat{\text{Y}} \hat{\text{D}} \text{Y} \hat{\text{D}}$

1. Desenhe o diagrama de definição de catamorfismos sobre  $\text{E} \sim \text{O} \setminus \uparrow \rightarrow$ .
2. Defina, como um catamorfismo sobre  $\text{E} \sim \text{O} \setminus \uparrow \rightarrow$ , a função  $\leftrightarrow \uparrow * \hat{\text{a}} \leftrightarrow \uparrow \text{ã} \hat{\text{I}} \hat{\text{I}} \text{E} \sim \text{O} \setminus \uparrow \rightarrow \hat{\text{E}} \text{L U} \setminus \text{ã} \leftrightarrow \wedge \&$ .

RESPOSTA:

**Questão 10** Relembre as definições de árvores binárias e listas:

$\text{ã}\text{á}\text{á} \text{Q} \leftrightarrow \text{b} \setminus \hat{\text{a}} \hat{\text{a}} \text{K S} \leftrightarrow \cdot \text{O} \sim \wedge \text{b} \text{Ç} \hat{\text{a}} \hat{\text{E}} \text{Q} \leftrightarrow \text{b} \setminus \hat{\text{a}} \hat{\text{a}} \text{D}$   
 $\text{ã}\text{á}\text{á} \text{N} \hat{\text{a}} \{ \hat{\text{N}} \leftrightarrow \wedge \hat{\text{a}} \text{K} \hat{\text{O}} \uparrow * \setminus \} \cdot \hat{\text{N}} \leftrightarrow \wedge \text{Ç} \hat{\text{a}} \hat{\text{E}} \text{Ç} \text{N} \hat{\text{a}} \{ \hat{\text{N}} \leftrightarrow \wedge \hat{\text{a}} \hat{\text{E}} \text{N} \hat{\text{a}} \{ \hat{\text{N}} \leftrightarrow \wedge \hat{\text{a}} \text{ã} \text{D} \text{D}$

Defina a função  $* \sim \text{b} \sim \hat{\text{a}} \hat{\text{a}} \hat{\text{a}} \hat{\text{a}} \hat{\text{I}} \hat{\text{I}} \text{N} \hat{\text{a}} \{ \hat{\text{N}} \leftrightarrow \wedge \hat{\text{a}} \hat{\text{E}} \text{L} \text{Q} \leftrightarrow \text{b} \setminus \hat{\text{a}} \hat{\text{a}} \text{ã}$  como:

1. um catamorfismo sobre árvores binárias
2. um anamorfismo sobre listas

RESPOSTA: