Métodos de Programação I

2.º Ano da (5303O7) + lmcc (7003N5)
Ano Lectivo de 1998/99

Exame (1.ª chamada) — 29 de Janeiro de 1999
14h30
Salas 2201 a 2206

PROVA SEM CONSULTA (3 horas)

Questão 1 Para representar listas não vazias pode usar-se a seguinte definição

```
data NeList a = U a | Cons (a,NeList a)
```

1. Apresente os diagramas de {ana,cata,hilo}-morfismos para este tipo de dados.
2. Defina em HASKELL as usuais funções `inNeList`, `outNeList`, `ana`, `cata`, `hylo` e `rec`.
3. Usando as funções da alínea anterior, complete a seguinte definição

```
instance Functor NeList where
  ...
```

Questão 2 Na sequência da Questão 1, responda às seguintes alíneas:

1. Defina como catamorfismos as funções `maxim` e `minim` que calculam, respectivamente, o maior e o menor elemento de uma lista não vazia.
2. Defina como um catamorfismo a função `maxmin :: Nelist a -> (a,a)` que calcula o maior e o menor elementos de uma lista não vazia.

Questão 3 Na sequência da Questão 1, defina como um anamorfismo em `NeList` a função `inits :: [a] -> NeList [a]` que calcula os segmentos iniciais de uma lista.

Questão 4 Use a definição $f \times g \stackrel{\text{def}}{=} \langle f \cdot \pi_1, g \cdot \pi_2 \rangle$ para provar que a propriedade

$$(g \cdot h) \times (i \cdot j) \quad = \quad (g \times i) \cdot (h \times j) \tag{1}$$

se verifica.

Questão 5 Aplique a *lei da troca*, $[\langle f, g\rangle \,, \langle h, k\rangle] = \langle [f \,, h], [g \,, k]\rangle$, a

$$undistr \quad \stackrel{\text{def}}{=} \quad [id \times i_1 \,, id \times i_2] \tag{2}$$

Questão 6 No decorrer deste curso foi explicitada a relação entre a função `foldr` existente no prelúdio do HASKELL e os *catamorfismos* das listas. Em analogia com a função `foldr` das listas, considere a seguinte assinatura de função:

```
foldrX :: (String -> a -> a -> a) -> (Int -> a) -> X -> a
```

Conjecture um tipo de dados `X` para o qual a função `foldrX` possa ser entendida de forma análoga a `foldr` nas listas. Defina a função `foldrX` para o tipo de dados por si escolhido.

Questão 7 Na sequência da Questão 6, tipifique as funções seguintes,

```
f = foldrX (\x y z -> 1+y+z) (\x -> 0)

g = foldrX (\x y z -> y ++ x ++ z) (\x -> (show x))
```

e diga, resumidamente, o que faz e para que serve cada uma das funções apresentadas. Dê exemplos de valores `x` e `y` de tal forma que `(f x)=2` e `(g y)="5 H 7"`.

Questão 8 Diga como poderia utilizar o tipo de dados `X` por si definido na Questão 6 para representar funções aritméticas simples. Como representaria a expressão `5+(3*2)`? Utilize ainda a função `foldrX` para realizar a função de cálculo de expressões.

Questão 9 A igualdade que se segue

$$\langle (\!| g |\!), (\!| k |\!) \rangle = (\!| \langle g \cdot \mathsf{F}\,\pi_1, k \cdot \mathsf{F}\,\pi_2 \rangle |\!) \qquad (3)$$

é conhecida pelo nome de *banana-split* e traduz uma permutatividade célebre entre *splits* e catamorfismos. (Interprete $\mathsf{F}f$ como $rec\,f$ para o tipo de dados em questão, por exemplo, $\mathsf{F}f = id + id \times f$ para listas.) Verifique que a lei está bem tipificada, isto é, que ambos os membros da igualdade exibem o mesmo tipo. Mostre ainda que a lei se pode escrever da forma alternativa seguinte:

$$\langle (\!| g |\!), (\!| k |\!) \rangle = (\!| (g \times k) \cdot \langle \mathsf{F}\,\pi_1, \mathsf{F}\,\pi_2 \rangle |\!)$$

Questão 10 A seguinte especificação da função que calcula a média dos elementos de listas de números naturais

$$media \quad = \quad div \cdot \langle soma, comp \rangle$$

combina dois catamorfismos que conhece: $soma = (\!| [\underline{0}\ , add] |\!)$ e $comp = (\!| [\underline{0}\ , succ \cdot \pi_2] |\!)$. Aplique à função $media$ a lei da Questão 9 e traduza a função resultado para a notação com variáveis. Qual é a vantagem desta última em termos de eficiência?
