Métodos de Programação I

2.º Ano da Lmcc (701055) + Lesi (531316)
Ano Lectivo de 2000/2001

Exame (época normal. 1.ª chamada) − 11/1/2001
9:30
Salas 2206 a 2211

Grupo I

1. Mostre que se $f : A \to B$ é um isomorfismo então f^C tambem o é.
2. Use o resultado da alínea anterior para mostrar que $(A \times B)^C \cong (B \times A)^C$.
3. Demonstre a lei da *fusão da exponenciação* partindo da propriedade universal respectiva.

Grupo II

1. Considere a seguinte definição duma função que testa se uma lista contem elementos repetidos:

```
dups :: (Eq a) => [a] -> Bool
dups [] = False
dups (h:t) = (elem h t) || (dups t)
```

   Explique por palavras suas porque é que esta função não pode ser expressa como um catamorfismo sobre listas. Defina-a como um hilomorfismo.

2. Na sequência da alínea anterior, defina em Haskell o tipo de dados intermédio usado na definição do hilomorfismo. Mostre qual o termo desse tipo que é usado no cálculo de `dups [1,2,3,1,2,3]`
3. Considere a seguinte declaração de tipo em *Haskell*

```
data Nat = Zero | Succ Nat
```

   (a) Defina as operações `cata`/`ana`/`hilo` para esse tipo de dados. Acompanhe essas definições com os diagramas respectivos.

   (b) O tipo apresentado é isomorfo ao tipo primitivo do *Haskell* `[()]`. Apresente a definição em *Haskell* das funções que testemunham esse isomorfismo.

   (c) Defina a função `comp::[a]->Nat` (determina o comprimento de uma lista) como um anamorfismo do tipo `Nat`.

Grupo III

1. A função $distl : (A+B)\times C \to A\times C+B\times C$ (distributividade à esquerda) dispõe de uma definição *point-free* particularmente complicada:

$$distl = ap \cdot ([\iota_1^C \cdot \overline{id}, \iota_2^C \cdot \overline{id}] \times id)$$

   (a) Preencha o diagrama seguinte que justifica o tipo atribuído à função.

$$\begin{tikzcd}
 & & (A+B)\times C \arrow[dl, "\pi_1"'] \arrow[dr, "\pi_2"] & \\
\cdots \arrow[r, "\iota_1"] \arrow[d, "\overline{id}"'] & \cdots & \cdots \arrow[l, "\iota_2"'] \arrow[d, "\overline{id}"] & \cdots \arrow[d, "id"] \\
\cdots \arrow[r, "\iota_1^C"] & \cdots & \cdots \arrow[l, "\iota_2^C"'] & \cdots \\
 & & \cdots \arrow[ul, "\pi_1"] \arrow[ur, "\pi_2"'] \arrow[d, "ap"] & \\
 & & A\times C+B\times C &
\end{tikzcd}$$

   (b) Conjecture a inversa *undistl* e apresente diagramas que justifiquem o seu tipo.