Métodos Formais de Programação II

4.º Ano da LMCC (7008N2)
Ano Lectivo de 1998/99

Exame (época de recurso) — 22 de Setembro de 1999
14h30
Sala 2304

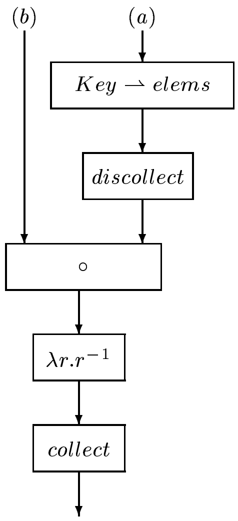
NB: *Esta prova consta de* ***5*** *questões de* ***4 valores*** *cada uma.*
Sempre que os seus cálculos utilizarem resultados, leis, teoremas etc. *disponíveis no material pedagógico desta disciplina não os copie para a sua folha de exame — limite-se a citar a sua referência.*

PROVA COM CONSULTA (3 $horas$)

Questão 1 É vulgar em documentos científicos (monografias, livros, artigos, *etc.*) existir um apêndice de bibliografia contendo a descrição de todos os documentos que foram citados ao longo do texto principal.

Um índice remissivo de autores é mais um apêndice ao texto principal indicando, por ordem alfabética de nomes de autores referidos e para cada nome de autor, a lista ordenada das páginas em que vêm citadas publicações suas, por exemplo:

ARBIB — 10,11	MANES — 10,11
GOGUEN — 28	SAHNI — 2,3,15,16,19
HOROWITZ — 2,3,15,16,19	SPIVEY — 3,7
JONES — 3,7,28	WIRTH — 2,3
JOURDAN — 11,12,29	



No ambiente LaTeX para preparação de texto a geração de bibliografias pode ser feita automaticamente a partir de uma base de dados bibliográfica que associa a cada documento uma *chave de citação* que o identifica univocamente. Já a geração de índices remissivos de autores não está prevista na instalação LaTeX de base.
O diagrama ao lado — onde "$\circ$" designa a composição de relações, *i.é* o operador

$$\begin{array}{rcl} \circ & : & \mathcal{P}(A \times B) \times \mathcal{P}(B \times C) \longrightarrow \mathcal{P}(A \times C) \\ r \circ s & \stackrel{\mathrm{def}}{=} & \{(\pi_1\, p, \pi_2\, q) \mid\ p \in r \wedge q \in s \wedge \pi_2\, p = \pi_1\, q\} \end{array}$$

— pretende especificar formalmente parte do processo de geração de um tal índice, construído a partir de duas estruturas de informação que podem ser obtidas em LaTeX sem dificuldade: uma (a) indicando, para cada chave de citação (Key), a lista dos seus autores, e outra (b) indicando todas as ocorrências de chaves de citação (pares página-chave).

Seja (em sintaxe CAMILA)

```
[ "Jo80"->< "C.B. Jones">,
  "BJ82"->< "D. Bjorner","C.B. Jones">,
  "MA86"->< "E.G. Manes","M.A. Arbib">
]
```

o valor de (a) à partida, e

```
{ < 2 ,"Jo80">,< 2 ,"BJ82">,< 3 ,"MA86">,< 4 ,"Jo80">}
```

o valor de (b) à partida.

1. Calcule, justificando, os valores que surgem à saída dos blocos "$\circ$" e "$collect$".
2. Descreva por palavras suas o tratamento que ainda falta fazer para converter o último desses valores na versão textual do pretendido índice remissivo.

Questão 2 Considere o seguinte modelo formal que especifica, em notação CAMILA, (a versão simplificada de) um sistema para gestão de conferências, simpósios, *etc.*:

```
Plan  = Date -> Day ;                /* cada dia tem o seu programa     */
Day  = Time ->  Inf ;                /* programa hora a hora            */
Inf = InvSpeaker | Paper | Other ;
Paper :: A: Author-seq               /* lista de autores                */
         T: Title                    /* título do artigo                */
         S: Abstract ;               /* sumário                         */
InvSpeaker :: A: Author              /* orador convidado                */
              T: Title               /* título da sua apresentação      */
              S: Abstract ;          /* sumário                         */
Other :: S: STR ;                    /* S indica intervalo de café, etc */
Time  = INT ;
Date  = STR ;
Author  = STR ;
Title  = STR ;
Abstract  = STR ;
```

Sabe-se que está garantido, por invariantes, que cada dia tem programa não vazio e que um 'paper' tem sempre pelo menos um autor.

1. Será verdade que $\texttt{InvSpeaker} \leq_f \texttt{Paper}$ se verifica? Na afirmativa apresente f e a sua inversa à direita r.
2. Calcule, usando as leis de refinamento estudadas nesta disciplina, uma implementação relacional de `Plan`.

Questão 3 Sejam dadas as definições indutivas de dois tipos de dados T e U:

$$T \xleftarrow[in_{\mathsf{F}}]{\cong} \mathsf{F}\,T \qquad U \xleftarrow[in_{\mathsf{G}}]{\cong} \mathsf{G}\,U$$

Verificando-se que o padrão de recursividade do segundo implementa o padrão de recursividade do primeiro, isto é, que $\mathsf{F}\,X \leq_f \mathsf{G}\,X$, para todo o X, então é possível mostrar que U implementa T da forma seguinte:

$$T \leq_{(\!|in_{\mathsf{F}} \cdot f|\!)} U \tag{1}$$

1. Aplique a lei (1) à situação em que $T = A^\star$ e $f = id + \pi_1 \times id$. Infira U e calcule a função de abstracção $(\!|in_{\mathsf{F}} \cdot f|\!)$ ao nível da variável.
2. A função $A^\star \xleftarrow{blast} A^+$ definida por

   $$blast\,l \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ \begin{array}{rcl} l = [a] & \Rightarrow & [] \\ l = cons(h,t) & \Rightarrow & cons(h, blast\,t) \end{array} \right.$$

   elimina de uma lista não-vazia o seu último elemento.
   Mostre que $blast$ não é mais do que a função de abstracção $(\!|in_{\mathsf{F}} \cdot f|\!)$ que se obtém por aplicação de (1) a: $U = A^+$, $T = A^\star$ e f a função $1 + A \times X \xleftarrow{f = \underline{NIL} + id} A + A \times X$.
3. Suponha que $T = GenDia$ e $U = DecTree$, *cf.* definições (2.118) e (2.125) da sebenta. Que função sugere para f neste caso? Justifique.

Questão 4 No refinamento relacional opta-se por vezes por representações não-normalizadas em situações em que o volume de dados não é preocupante. Uma lei que realiza um refinamento desse tipo é

$$(A \rightharpoonup B) \times (A \rightharpoonup C) \quad \leq \quad A \rightharpoonup ((B+1) \times (C+1)) \tag{2}$$

agregando duas tabelas numa só, por exemplo representando

NÚMERO	NOME
1010	Manuel
11230	Maria

e

NÚMERO	CURSO
11230	LESI
15234	LMCC

numa só estrutura:

NÚMERO	NOME	CURSO
1010	Manuel	NIL
11230	Maria	LESI
15234	NIL	LMCC

Defina a função de abstracção (f), a de representação (r) e o invariante de refinamento associado à lei (2).

Questão 5 Considere o seguinte par de funções mutuamente recursivas, sobre $I\!N_0$, escritas em notação CAMILA:

```
f(n) = if n == 0 then 0 else g(n .- 1);

g(n) = if n == 0 then 1 else f(n .- 1) .+ g(n .- 1);
```

1. Calcule $g\,0$, $g\,1$ e $g\,(i+2)$. Que função conhecida é g, afinal?
2. Pode obter-se uma versão mais eficiente (linear) de g sabendo que $g = \pi_2 \cdot w$, onde $w = \langle f, g \rangle$, e aplicando a w a Lei de Fokkinga:

$$\begin{array}{c} f \cdot in = h \cdot \mathsf{F}\,\langle f, g \rangle \\ \wedge \\ g \cdot in = k \cdot \mathsf{F}\,\langle f, g \rangle \end{array} \quad \Rightarrow \quad \langle f, g \rangle = (\!|\langle h, k \rangle|\!) \tag{3}$$

   Calcule o catamorfismo w dessa forma.
