Métodos Formais de Programação I +
Opção I - Métodos Formais de Programação I

4.º Ano da LMCC (7007N2) + LESI (5307P2)
Ano Lectivo de 1996/97

Exame (1.ª chamada) — 5 de Fevereiro 1997
9h30
Salas 2322, 2209, 2210

NB: *sempre que os seus cálculos utilizarem resultados, leis, teoremas* etc. *disponíveis no material pedagógico desta disciplina não os copie para a sua folha de exame — limite-se a citar a sua referência (*e.g. *lei (2.102), exercício 2.15,* etc.*).*

PROVA COM CONSULTA (3 $horas$)

Questão 1 Demonstre ou refute a seguinte igualdade, onde letras maiúsculas designam espécies de dados e minúsculas designam funções:

$$(f \hookrightarrow D) \circ (A \hookrightarrow g) \quad = \quad f \hookrightarrow g$$

Questão 2 Suponha que M e S designam dois conjuntos (finitos e disjuntos): os dos números dos alunos inscritos a esta disciplina, respectivamente da LMCC e da LESI. Suponha que $itoa : \mathbb{N} \longrightarrow Str$ e $strcat : Str \times Str \longrightarrow Str$ são funções matemáticas cuja manipulação de naturais e 'strings' corresponde à semântica das mesmas em C. Sejam ainda dadas as seguintes funções auxiliares:

$$\begin{array}{rcl} si(x) & \stackrel{\text{def}}{=} & strcat(\texttt{"si"}, strcat(x, \texttt{"@ci.uminho.pt"})) \\ mc(x) & \stackrel{\text{def}}{=} & strcat(\texttt{"mc"}, strcat(x, \texttt{"@ci.uminho.pt"})) \end{array}$$

Estará correctamente escrita a seguinte expressão, em SETS:

$$(itoa \hookrightarrow (si \circ itoa))(1_S) \cup (itoa \hookrightarrow (mc \circ itoa))(1_M) \quad ?$$

Na afirmativa, tipifique-a e descreva o seu significado informal por (breves!) palavras suas.

Questão 3 Recorde o Exercício 2.59 do texto de apoio desta disciplina, abordado nas aulas práticas.

1. Especifique a função

$$\begin{array}{rcl} NatSort & : & 2^{\mathbb{N}} \longrightarrow \mathbb{N}^\star \\ NatSort(s) & \stackrel{\text{def}}{=} & \ldots \end{array}$$

   que aí se refere e que deverá listar, por ordem crescente, o conjunto s que lhe é passado como argumento.

2. Verifique (*e.g.* por indução) se a especificação de $NatSort$ que acaba de propôr satisfaz a seguinte propriedade:

$$\forall s \in 2^{\mathbb{N}} : elems(NatSort(s)) = s$$

3. Escreva um predicado que formalize a seguinte propriedade que $mkAuthorIndex$ deverá satizfazer:

A repetição de uma mesma chave de citação dentro da mesma página de texto não altera o índice gerado.

Acha que o modelo proposto para $mkAuthorIndex$ no referido Exercício 2.59 vai satisfazer esta propriedade? Responda informal e sumariamente.

Questão 4 A sintaxe que se segue pretende formalizar a informação contida num ficheiro de configuração de 'email' (tipicamente, o ficheiro `.mailrc` em UNIX):

$$\begin{array}{rcl} Mailrc & \cong & Alias \hookrightarrow 2^{(Email+Alias)} \\ Email & \cong & UsrName \times Domain \\ UsrName & \cong & Str \\ Domain & \cong & Str \\ Alias & \cong & Str \end{array}$$

Por exemplo, o endereço `jno@di.uminho.pt` é representado pelo elemento $\langle$`"jno"`, `"di.uminho.pt"`$\rangle$ de $Email$. $Mailrc$ exprime a estrutura de derivação de 'aliases' em endereços ou outros 'aliases'.

1. Especifique formalmente a função,

$$\begin{array}{rcl} expand & : & Mailrc \times 2^{Alias} \longrightarrow 2^{Email} \\ expand(\sigma, s) & \stackrel{\rm def}{=} & \ldots \end{array}$$

que deverá calcular a expansão total, em endereços, de um dado conjunto de 'aliases'.

2. Complete os seguintes esboços de especificação formal de mais duas funções sobre $Mailrc$:

$$\begin{array}{rcl} whoGetsMe & : & Mailrc \times Email \longrightarrow 2^{Alias} \\ whoGetsMe(\sigma, e) & \stackrel{\rm def}{=} & \ldots \textit{ /* calcula todos os 'aliases' que atingem um dado endereço */} \\ \\ usrsByDomain & : & Mailrc \longrightarrow \ldots\ldots \\ usrsByDomain(\sigma) & \stackrel{\rm def}{=} & \ldots \textit{ /* calcula o mapa que atribui, a cada domínio presente em } \sigma\textit{, o} \\ & & \textit{respectivo conjunto de utilizadores conhecidos */} \end{array}$$

Questão 5 Verifique formalmente se o seguinte isomorfismo é válido, no cálculo de SETS:

$$(A \hookrightarrow B) \times (A \hookrightarrow C) \quad \cong \quad A \hookrightarrow (B + C + B \times C)$$

Questão 6 Comente informalmente a seguinte afirmação:

O conjunto de todos os pontos fixos de $x = R \cup R \circ x$ é exactamente constituído por todas as relações r que obedecem às seguintes propriedades: (a) r é transitiva; (b) r inclui R.

Questão 7 Considere o seguinte método de representação de uma gramática independente de contexto $G = \langle N, T, S, P \rangle$, expressa em BNF, num sistema de equações em SETS: (1) começa-se por eliminar todas as ocorrências de símbolos terminais nas produções em P; (2) a cada símbolo não-terminal $\langle A \rangle$ em N corresponde a variável A em SETS; (3) usa-se a seguinte tabela de conversão de BNF em SETS:

BNF		SETS
$\alpha \mid \beta$	$\mapsto$	$\alpha + \beta$
$\alpha\ \beta$	$\mapsto$	$\alpha \times \beta$
α^*	$\mapsto$	α^*
α^+	$\mapsto$	$\alpha \times \alpha^*$
ϵ	$\mapsto$	1

Por exemplo, o seguinte BNF

$$\begin{array}{lcl} \langle A \rangle & ::= & \texttt{a}\ \langle B \rangle \mid \texttt{b}\ \langle A \rangle\ \texttt{a}\ \langle B \rangle^* \\ \langle B \rangle & ::= & \texttt{a b} \mid \texttt{a}\ \langle A \rangle^+\ \texttt{c} \end{array}$$

converte-se no seguinte sistema, em SETS:

$$\begin{array}{lcl} A & \cong & B + A \times B^* \\ B & \cong & 1 + A \times A^* \end{array}$$

Use esta técnica de conversão e as leis do cálculo de isomorfismos de SETS para validar as duas transformações que conhece para resolver conflitos LL(1) em gramáticas independentes de contexto (recordar Exercício 1.7):

Transformação $(G \longrightarrow G')$	**Antes** (G)	**Depois** (G')
Factorização à esquerda	$\langle A \rangle \quad ::= \quad \alpha\beta \mid \alpha\gamma$	$\langle A \rangle \quad ::= \quad \alpha\langle A' \rangle$ $\langle A' \rangle \quad ::= \quad \beta \mid \gamma$
Eliminação de recursividade à esquerda	$\langle A \rangle \quad ::= \quad \langle A \rangle\alpha \mid \beta$	$\langle A \rangle \quad ::= \quad \beta\langle A' \rangle$ $\langle A' \rangle \quad ::= \quad \alpha\langle A' \rangle \mid \epsilon$
