

**Métodos Formais de Programação I +  
Opção I - Métodos Formais de Programação I**

4.º Ano da LMCC (7007N2) + LES1 (5307P6)  
Ano Lectivo de 2003/04

Exame (2.ª chamada da época normal) — 02 de Fevereiro 2004  
14h00  
Sala 2105

**NB:** Esta prova consta de 7 alíneas todas com a mesma cotação.

PROVA SEM CONSULTA (2 horas)

**Questão 1** Justifique a prova que se segue do facto  $id^\circ = id$ :

$$\begin{aligned}
 & X \subseteq id \\
 \equiv & \{ \dots\dots\dots \} \\
 & id \cdot X \subseteq id \\
 \equiv & \{ \dots\dots\dots \} \\
 & X \subseteq id^\circ \cdot id \\
 \equiv & \{ \dots\dots\dots \} \\
 & X \subseteq id^\circ \\
 \therefore & \{ \dots\dots\dots \} \\
 & id = id^\circ
 \end{aligned}$$

**Questão 2** Dos seguintes tipos de dados, escritos em notação VDM-SL, um é seu conhecido das aulas laboratoriais desta disciplina,

```

FamilyOfSets = map nat to set of A;
HTable       = FamilyOfSets
               inv t == forall n in set dom t &
                       forall a in set t(n) & h(a) = n;
A = token;
    
```

em que  $h : A \rightarrow \text{nat}$  é uma função de “hashing” predefinida.

1. Especifique em VDM-SL uma função,  $\text{all} : \text{FamilyOfSets} \rightarrow \text{set of } A$ , que extraia todos os elementos que estão armazenados numa dada  $\text{FamilyOfSets}$ .
2. Que nem toda a  $\text{FamilyOfSets}$  é uma  $\text{HTable}$  é fácil de ver, por causa do invariante desta última: pode haver elementos armazenados no índice errado. Especifique uma função,  $\text{filter} : \text{FamilyOfSets} \rightarrow \text{HTable}$ , que extraia de uma  $\text{FamilyOfSets } x$  a “maior” tabela de *hashing* que  $x$  contém.
3. Considere a expressão e diagrama que se seguem,

$$\in \cdot T = [S] \cdot h^\circ \quad \begin{array}{ccc} & A & \xleftarrow{[S]} & A \\ \in \uparrow & & & \uparrow h^\circ \\ \text{set of } A & \xleftarrow{T} & \text{nat} & \end{array} \quad (1)$$

onde  $T$  é uma tabela de *hashing* e  $S$  é o conjunto de elementos de  $A$  que a tabela armazena.

Converta (1) no correspondente predicado em VDM-SL e use-o para definir a **pós-condição** de uma operação que relaciona um dado  $S$  (de tipo `set of A`) com a tabela de *hashing*  $T$  (de tipo `HTable`) que a armazena.

**Sugestão:** poderá ser-lhe-útil a regra

$$b(f^\circ \cdot R \cdot g)a \equiv (f \ b)R(g \ a) \quad (2)$$

para introduzir variáveis em expressões relacionais.

**Questão 3** Seja dada uma função  $f : A * A \rightarrow A$  definida em VDM-SL. Exprima nessa notação o predicado que garante que  $f$  é comutativa e mostre que esse predicado é equivalente a escrever

$$swap \subseteq \ker f \quad (3)$$

**Questão 4** Considere o seguinte modelo formal que especifica, em notação VDM-SL, (a versão simplificada de) um sistema para gestão de congressos, conferências, simpósios, etc.:

```

Plan = map Date to Day ;          /* cada dia tem o seu programa */
Day = map Time to Inf ;          /* programa hora a hora */
Inf = InvSpeaker | Paper | Other ;
Paper :: A: seq of Author        /* lista de autores */
        T: Title                 /* título do artigo */
        S: Abstract ;           /* sumário */
InvSpeaker :: A: Author          /* orador convidado */
            T: Title              /* título da sua apresentação */
            S: Abstract ;        /* sumário */
Other :: S: token ;             /* S indica intervalo de café, etc */
Time = int ;
Date = seq of char ;
Author = seq of char ;
Title = seq of char ;
Abstract = seq of char ;

```

Acrescente a `Plan` um invariante garantindo que *cada dia tem um programa não vazio e que um 'paper' tem sempre pelo menos um autor* e especifique a operação que extrai de `Plan` a relação de todos os autores e número de 'papers' que apresentam na conferência.

**Questão 5** O manual "on-line" de VDM-SL fornece a seguinte informação sobre um operador da linguagem:

Operator	Name	Semantics description
$s <: m$	Domain restrict to	Creates the map consisting of the elements in $m$ whose key is in $s$ . $s$ need not be a subset of $\text{dom } m$ .

Nesta disciplina, para raciocinarmos sobre este operador usamos a seguinte semântica formal expressa no cálculo relacional:

$$X <: M = M \cdot [X] \quad (4)$$

onde, para  $X \subseteq A$ ,  $[X] \subseteq id_A$  é a correflexiva  $b[X]a \equiv b = a \wedge a \in X$ . Com base em (4), mostre que é verdadeiro o facto seguinte, escrito em notação VDM-SL:

$$\text{dom } (X <: M) = X \text{ inter } (\text{dom } M) \quad (5)$$

**Sugestão:** se precisar da lei que calcula o domínio de uma composição relacional, pode deduzi-la (aplicando conversos) da lei seguinte, que foi dada nas aulas práticas:

$$mg(R \cdot S) = mg(R \cdot \text{rng } S) \quad (6)$$