

**Métodos Formais de Programação I +
Opção I - Métodos Formais de Programação I**

4.º Ano da LMCC (7007N2) + LES1 (5307P6)
Ano Lectivo de 2003/04

Exame (1.ª chamada da época normal) — 20 de Janeiro 2004
09h30
Sala 2201

NB: Esta prova consta de 7 alíneas todas com a mesma cotação.

PROVA SEM CONSULTA (2 horas)

Questão 1 Escreva em VDM-SL um modelo de dados (incluindo invariantes, se necessário) do seguinte texto de requisitos:

Pretende-se construir um sistema de reserva de lugares numa rede de transportes (eg. comboio, camionete ou outros), que seja paramétrico em relação aos tipos que descrevem estações, paragens ou apeadeiros, aos identificadores do meio de transporte em si, aos números de lugar e aos códigos de reserva de lugar.

Uma *viagem* deve ser vista como uma sequência de *paragens*. Uma *reserva* é feita para um *segmento* de uma viagem (eg. da segunda à quinta paragem). Para cada comboio (camionete, etc), há que registar a sua *rota* (as sucessivas estações onde pára) e o conjunto de *lugares* disponíveis. A cada reserva deverá estar a associada a informação seguinte: o lugar reservado, em que comboio (camionete, etc) e qual o segmento afectado. Notar que, por exemplo, é possível ter um dado lugar reservado da paragem 3 à 5 por um dado passageiro, e reservado por um outro passageiro da paragem 7 à 9.

Há que garantir que todos os comboios com reservas são comboios conhecidos no sistema e que não há colisão de reservas (i.e., não há duas reservas distintas do mesmo lugar no mesmo comboio para a mesma parte de uma viagem).

Questão 2 Considere o seguinte modelo VDM-SL que especifica, abstractamente, a estrutura de um sistema de informação baseado no ‘World Wide Web’:

```
WWW = map Ref to URL;           -- (URL=Universal Resource Location)
URL  = seq of Unit;
Unit = PlainText | HyperLink;
PlainText = seq of Word;
Word  = seq of char;
HyperLink :: link: Ref
           txt: PlainText;      -- "underlined text"
Ref    = token ;
```

Especifique em VDM-SL a função que indica, para um dado $w \in WWW$, o conjunto de todas as referências $r \in Ref$ indefinidas, isto é, aquelas que, se “clicadas” numa dada URL acedida por um “browser”, conduzem as mensagens tipo:

```
Not Found
The requested URL (...)was not found on this server.
```

Questão 3 Complete a seguinte prova que garante a simplicidade da composição $f \cdot R$ se e só se $img R \subseteq ker f$:

$$\begin{aligned} & img R \subseteq ker f \\ \equiv & \{ \dots \} \\ & (R \cdot R^\circ) \subseteq f^\circ \cdot f \\ \equiv & \{ \dots \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (R \cdot R^\circ) \subseteq f^\circ \cdot id \cdot f \\
\equiv & \{ \dots \} \\
& f \cdot (R \cdot R^\circ) \subseteq id \cdot f \\
\equiv & \{ \dots \} \\
& f \cdot (R \cdot R^\circ) \cdot f^\circ \subseteq id \\
\equiv & \{ \dots \} \\
& (f \cdot R) \cdot (R^\circ \cdot f^\circ) \subseteq id \\
\equiv & \{ \dots \} \\
& (f \cdot R) \cdot (f \cdot R)^\circ \subseteq id \\
\equiv & \{ \dots \} \\
& img(f \cdot R) \subseteq id \\
\equiv & \{ \dots \} \\
& (f \cdot R) \text{ é simples}
\end{aligned}$$

Questão 4 A relação “universal” $B \xleftarrow{\top} A$ define-se vulgarmente pela equivalência

$$\forall a, b. a \top b \equiv \text{TRUE}$$

isto é, quaisquer a e b estão em relação por \top . Mostre que

$$\top = (!_B)^\circ \cdot !_A \tag{1}$$

e formule duas propriedades distributivas que envolvem \top .

Sugestões: recorde que $! = \underline{nil}$ e use a regra $(f \ b)R(g \ a) \equiv b(f^\circ \cdot R \cdot g) \ a$; investigue conexões de Galois em que \top participa.

Questão 5 Sendo x um número real e designando-se por r a sua raiz quadrada, tem-se que $r^2 = x$ e que, para $r \neq 0$, a igualdade $r^2 = x$ é equivalente a $r = (r + x/r)/2$.

- Use a equivalência acima para completar a seguinte definição em VDM-SL da função `sqrt` que calcula raízes quadradas com precisão de 0.1%:

```

sqrt: real -> real
sqrt(x) == sqrLoop(1, x);

sqrLoop : real * real -> real
sqrLoop(r, x) == if ..... < 0.0001 then r else .....;

```

- Se impuser na alínea anterior a precisão de 0.0% terá $sqrt \ x = \mu f$ para $f \ r = (r + x/r)/2$. Use a lei de *indução de pontos fixos*

$$f \ x \leq x \Rightarrow \mu f \leq x \tag{2}$$

para completar o raciocínio que se segue, em que se identifica uma condição suficiente para que, nessas circunstâncias, $sqrt \ x \leq x$ se verifique:

$$\begin{aligned}
& sqrt \ x \leq x \\
\equiv & \{ sqrt \ x \text{ é um ponto fixo} \} \\
& \dots \\
\Leftarrow & \{ \dots \} \\
& \dots
\end{aligned}$$

\equiv { substituição }

 \equiv { resolução de inequação em x }

 \equiv { resolução de inequação em x }
 $x \geq 1$

Questão 6 A análise sintática do seguinte fragmento de VDM-SL

```

g: .....
g(f,u)(s) == if s={|->} then u
             else let a in set dom s,
                  c = s(a),
                  r = s <-: {a}
             in f(a,c,g[@A,@B,@C](f,u)(r));

```

dá erro porque falta a g o seu cabeçalho. Complete-o e indique qual a utilidade desta função (por exemplo, dando um exemplo), apoiando a sua resposta na representação de g sob a forma de um diagrama.
